

ПЕРЕДАЧИ С ТОЧЕЧНОЙ СИСТЕМОЙ ЗАЦЕПЛЕНИЯ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ЗУБЬЕВ

На основании разработанной методологии теоретических исследований контактной прочности упруго сжатых полупространств с начальным линейным либо точечным контактом, ограниченных поверхностями, впервые выполнены решения плоских и пространственных задач применительно к эвольвентным и энкаитным зубчатым передачам, передачам Новикова и зубчатым муфтам, работающим при перекосах осей соединяемых валов машин и механизмов.

Впервые получены решения задач с целью определения контактной прочности эвольвентных зубьев и зубьев системы Новикова на входе и выходе из зацепления. Созданы основы расчётов контактной прочности зубьев с учётом профильной, продольной и трёхмерной (топологической) модификации зубьев. Исходя из теоретических исследований разработаны равнопрочные по контактному напряжению эвольвентные зубчатые передачи и передачи Новикова.

Безусловного внимания заслуживают исследования контактной прочности зубчатых передач с начальным линейным и точечным контактом зубьев, учитывающие влияние нелинейной зависимости между упругими перемещениями зубьев и возникающими в них напряжениями. Указанная нелинейность, как показали исследования, приводит к увеличению площадки контакта и, как следствие, к снижению контактных напряжений. В наибольшей степени положительное влияние данной нелинейности на контактную прочность зубьев проявляется в передачах с точечной системой зацепления зубьев.

По результатам выполненных исследований разработаны новые технические решения, направленные на существенное повышение нагрузочной способности, снижение весогабаритных показателей передач и улучшение их виброакустических характеристик. Указанные новые технические решения с 2003г. по 2007г. защищены 70 – ю патентами на изобретения.

Однако к наиболее впечатляющим результатам выполненных исследований следует отнести исследования и разработки по созданию эвольвентных зубчатых передач с точечной системой зацепления зубьев. Данные передачи по глубочайшему убеждению автора являются передачами нового поколения. Хочется верить в то, что наступит день, когда указанные передачи займут достойное место среди известных зубчатых передач с линейным контактом зубьев.

Прежде всего необходимо уяснить, что в основе любого зацепления должен иметь место начальный точечный, но не линейный контакт зубьев. Данное утверждение основывается не только на результатах выполненных исследований, но и на основах мироздания, так как понятия «прямая линия», «прямой отрезок» и т.п. в окружающем нас мире не существует. Эти определения придумал человек с целью упрощения объяснения и толкования тех или иных явлений. Любая так называемая прямая линия имеет кривизну и, как следствие, радиус кривизны. По – видимому, человек не в состоянии обнаружить визуально эту бесконечно малую кривизну с бесконечно большим радиусом кривизны. Поэтому прямолинейные образующие боковых поверхностей эвольвентных зубьев по сути дела являются криволинейными образующими с очень малой степенью кривизны.

Идеи создания зубчатых передач с точечной системой зацепления зубьев зародились и получили развитие с начала 20 – х годов прошлого века. Так, например, английские инженеры Ф. Бостон, С. Брамлей – Мур (1921г.), американский инженер Э. Вильдхабер (1923 – 1947г.г.), итальянец А. Роана (1947г.) и другие работали в направлении создания зубчатых передач с точечной системой зацепления выпукло – вогнутых зубьев с целью повышения нагрузочной способности зацепления по контактным напряжениям. Однако ни одна из представленных систем указанного зацепления зубьев по разным причинам не обеспечила предполагаемой нагрузочной способности и не нашла широкого применения.

Большим достижением на пути решения вопроса о повышении нагрузочной способности передач явилась разработанная М.Л. Новиковым новая система зацепления с точечным контактом выпукло – вогнутых зубьев.

При этом М.Л. Новиков не утверждал в категорической форме об исчерпаниии резервов дальнейшего совершенствования и развития эвольвентных зубчатых передач. Он также не говорил о том, что эвольвентные зубчатые передачи имеют неустранимые крупные недостатки.

Указанные и подобные им другие заявления пришли позже от отдельных лиц, занимающихся передачами Новикова. Основой указанных высказываний являются либо абсолютная безгрешность данных передач, либо незнание данными лицами нюансов и тонкостей контактного взаимодействия зубьев.

Такие подходы к оценке передач Новикова и эвольвентных зубчатых передач, подогреваемые, повторяюсь ещё раз, отдельными лицами, разделили людей занимающихся одной и той же проблемой, по сути на два противоположных лагеря. Кто при этом выиграл? Никто, кроме отдельных крикунов, не оставивших следа в редукторной науке. Однако при этом может потерять время и упущенные возможности редукторная наука, находящаяся к тому же в данный момент времени в состоянии стогнации.

А теперь рассмотрим эвольвентные зубчатые передачи с точечной системой зацепления зубьев, которые, как показали обширные выполненные исследования и анализ расчётных данных, имеют более высокую нагрузочную способность по контактным напряжениям по сравнению с передачами Новикова.

На эвольвентные зубчатые передачи с точечной системой зацепления зубьев целиком и полностью распространяется, в отличие от передач Новикова, известная классическая теория зацепления Оливье – Гохмана. Для эвольвентных зубчатых передач с точечным контактом зубьев, как и для передач с линейным контактом зубьев, характерна линия зацепления.

Для точечного зацепления зубьев системы Новикова не существует линия зацепления, а есть одна или несколько обособленных точек контакта в плоскости зацепления, которые в пространстве, т.е. на поверхности зуба, образуют контактные и рабочие линии. При этом следует добавить, что М.Л. Новиков ошибочно считал, что при точечном зацеплении выпукло – вогнутых зубьев существует линия зацепления.

Для получения точечного зацепления эвольвентных зубьев необходимо образующие боковых поверхностей зубьев шестерни или в отдельных случаях одновременно зубьев шестерни и колеса заменить криволинейными образующими. При этом параметр криволинейности ΔS указанных кривых в торцевых сечениях зубьев следует принимать, исходя из величин 0,01...0,02 мм, т.е. $\Delta S = 0,01...0,02$ мм.

При сравнении нагрузочной способности зацепления Новикова и эвольвентного зацепления зубьев с точечным контактом выполним расчёты указанных передач, исходя из одинаковых материалов и размеров зубчатых колёс при неизменной нормальной силе F_n .

Применительно к передачам Новикова ОЛЗ и эвольвентным зубчатым передачам с предлагаемой точечной системой зацепления зубьев максимальные контактные напряжения при коэффициентах Пуассона $\nu_1 = \nu_2 = \nu$ и модулях упругости $E_1 = E_2 = E$ материалов зубчатых колёс определяются по формулам:

$$\sigma_{\max}^* = \frac{0,33}{\alpha_H} \sqrt[3]{\frac{(\alpha_H + \nu)^2 E^2 F_n}{R_{\text{пр}}^2}};$$

$$\sigma_{\max} = \frac{0,33}{\alpha} \sqrt[3]{\frac{(\alpha + \nu)^2 E^2 F_n}{R^2}},$$

где $\alpha_H = \sqrt{\frac{\rho_a \rho_f}{(\rho_f - \rho_a) R_{\text{пр}}}}$; $\alpha = \sqrt{\frac{\rho_1 \rho_2}{(\rho_2 \pm \rho_1) R}}$ – коэффициенты влияния радиусов

кривизны в двух взаимно перпендикулярных плоскостях на контактную прочность зубьев соответственно для зацепления Новикова и точечного зацепления;

$R_{\text{пр}} = \frac{d_{w1} u}{2(u \pm 1) \sin \alpha_k \cos \beta \sin^2 \beta}$ – приведенный радиус кривизны эквивалентных

(аппроксимирующих) цилиндров зубьев системы Новикова; $R = b_w^2 / 8 \Delta S$ – радиус кривизны криволинейных образующих (дуг окружностей) боковых поверхностей зубьев шестерни; ρ_a, ρ_f – радиусы кривизны боковых профилей выпуклых и вогнутых зубьев; ρ_1, ρ_2 – радиусы кривизны боковых профилей эвольвентных зубьев шестерни и колеса в полюсе зацепления; b_w – длина

зубьев (ширина зубчатого венца); d_{w1} – диаметр начальной окружности зубьев шестерни; i – передаточное отношение; $\alpha_k = 27^\circ \dots 30^\circ$ – угол давления на профиле головки зуба системы Новикова; β – угол наклона зубьев на начальном цилиндре; знак «+» принимается при внешнем, а знак «-» - при внутреннем зацеплении.

В качестве примера рассмотрим сначала передачу Новикова ОЛЗ-1,35-0,15, у которой $z_1 = 34$; $z_2 = 70$; $m_n = 5$ мм; $\beta = 15^\circ$; $b_w = 60$ мм; $\nu = 0,3$; $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа; $F_n = 2,1 \cdot 10^4$ Н.

По общеизвестным формулам находим $\rho_a = 6,75$ мм; $\rho_f = 7,5$ мм; $R_{np} = 1952$ мм; $\alpha_H = 0,186$ и $\sigma_{max}^* = 684,4$ МПа. Применительно к косозубой зубчатой передаче с линейным контактом зубьев при угле $\alpha_w = 20^\circ$ по формуле Герца определяем $\sigma_H = 781,2$ МПа. При этом нагрузочная способность передачи Новикова ОЛЗ по контактным напряжениям выше таковой косозубой зубчатой передачи, имеющей линейный контакт зубьев, в

$$\varphi_H = \left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{max}^*} \right)^3 = \left(\frac{781,2}{684,4} \right)^3 = 1,487 \text{ раза.}$$

При расчете эвольвентной зубчатой передачи с точечной системой зацепления эвольвентных зубьев будем исходить из данных передачи Новикова ОЛЗ, полагая угол $\alpha_w = 20^\circ$ и $\Delta S = 0,01$ мм; $0,015$ мм. Для данной передачи находим $\rho_1 = 29,04$ мм; $\rho_2 = 59,85$ мм; $R = 45000$ мм и $\alpha = 0,0208$ при $\Delta S = 0,01$ мм; $R = 30000$ мм и $\alpha = 0,0255$ при $\Delta S = 0,015$ мм. В соответствии с найденными значениями параметров R и α по приведенной формуле рассчитываем $\sigma_{max} = 571,6$ МПа при $\Delta S = 0,01$ мм и $\sigma_{max} = 617,15$ МПа при $\Delta S = 0,015$ мм.

В соответствии с полученными значениями напряжений σ_{max}^* и σ_{max} определяем значения коэффициента φ_H , характеризующего повышение нагрузочной способности эвольвентной зубчатой передачи с точечной системой зацепления зубьев по сравнению с нагрузочной способностью передачи Новикова ОЛЗ:

$$\varphi_H = \left(\frac{\sigma_{\max}^*}{\sigma_{\max}} \right)^3 = \left(\frac{684,4}{571,6} \right)^3 = 1,716 \text{ при } \Delta S = 0,01 \text{ мм};$$

$$\varphi_H = \left(\frac{\sigma_{\max}^*}{\sigma_{\max}} \right)^3 = \left(\frac{684,4}{617,15} \right)^3 = 1,364 \text{ при } \Delta S = 0,015 \text{ мм}.$$

Выражение коэффициента φ_H можно получить, исходя из выражений σ_{\max} и σ_{\max}^* , а именно:

$$\varphi_H = \left(\frac{\sigma_{\max}^*}{\sigma_{\max}} \right)^3 = \left(\frac{\alpha}{\alpha_H} \right)^3 \left[\frac{R}{R_{\text{гр}}} \left(\frac{\alpha_H + \nu}{\alpha + \nu} \right) \right]^2.$$

Используя зависимость при $\Delta S = 0,01$ мм и $0,015$ мм, найдём значение коэффициента $\varphi_H = 1,382 \text{ è } 1,718$, которые практически совпали с аналогичными ранее полученными величинами $1,364 \text{ è } 1,716$.

Таким образом нагрузочная способность рассматриваемой эвольвентной передачи с точечным контактом зубьев при $\Delta S = 0,015$ мм превышает нагрузочную способность передачи Новикова $\hat{\text{I}}\text{E}\text{C} - 1,35 - 0,15$ в $1,382$ раза, а при $\Delta S = 0,01$ мм - в $1,718$ раза.

От анализа указанных передач и передач Новикова перейдем к рассмотрению достоинств и преимуществ передач с точечной системой зацепления зубьев и классических передач с линейным контактом эвольвентных зубьев.

При этом следует отметить, что западными исследователями проводились разработки не только в направлении выпукло – вогнутого зацепления зубьев, о чём говорилось ранее, но и в направлении точечного зацепления зубьев, которое именуется как АКЗ (анализ контакта зубьев).

Наибольшие успехи в АКЗ достигнуты применительно к спиралеобразным коническим передачам с точечным контактом зубьев. Исследования по АКЗ проводились в течении многих лет. При этом сущность АКЗ базируется на программном обеспечении. Программное обеспечение АКЗ для указанных конических колёс сейчас широко используется в проектировании,

производстве, испытаниях и в процессе измерения. Однако теоретические решения по данному вопросу отсутствуют.

В противоположность сказанному, программное обеспечение АКЗ для цилиндрических зубчатых колёс не получило широкого применения и одобрения, несмотря на то, что теоретическое изучение АКЗ для цилиндрических зубчатых колёс началось сразу же после конических колёс в 1980 – х годах. В связи с этим расчёты указанных зубчатых колёс в отдельных случаях проводятся как при помощи самостоятельно разработанных программ, так и при помощи общепринятого программного обеспечения МКЭ (метода конечных элементов).

Информация о новых расчётных моделях контакта, о теоретических исследованиях в области контактной прочности зубьев, о расчётных зависимостях, позволяющих определять максимальные контактные напряжения и размеры площадки контакта при точечном взаимодействии зубьев, в западных источниках отсутствует. Отсутствие указанной информации связано либо с закрытым характером проводимых исследований, что мало вероятно, либо с отсутствием полученных теоретических решений контактных задач, что наиболее вероятно.

Высокая нагрузочная способность рассматриваемых передач делает возможным переход от косозубых и шевронных зубчатых передач к прямозубым зубчатым передачам с точечной и двухпарной системой зацепления зубьев. Двухпарность зацепления обеспечивается за счёт использования зубьев с «глубоким профилем», который стандартизирован фирмой «Мааг», характеризуемого коэффициентом высоты головки зуба $h_a^* = 1,25$ и углом зацепления $\alpha_w = 17^\circ$. Помимо угла $\alpha_w = 17^\circ$ при «глубоком профиле» используется угол $\alpha_w = 16,8^\circ$ (Япония), либо угол $\alpha_w = 17^\circ$ (ГП НПКГ «Зоря» - «Машпроект», г. Николаев).

Однако двух – трёх и четырёхпарность зацепления может быть обеспечена за счёт изготовления двух – трёх и четырёхвенцовых шестерни и колеса. При этом вторые венцы шестерни и колеса (двухпарное зацепление) повёрнуты относительно первых венцов шестерни и колеса на определённые углы в окружном направлении.

При трёхпарном зацеплении вторые и третьи венцы шестерни и колеса, жестко скреплённые с первыми венцами шестерни и колеса, повернуты в окружном направлении относительно первых венцов шестерни и колеса также на определённые углы. Аналогичная картина прослеживается и при четырёхпарном зацеплении.

Следует отметить что ширина двух – трёх и четырёхвенцовых колёс с учётом кольцевых канавок , разделяющих венцы, равна ширине заменяемых косозубых либо шевронных зубчатых колёс.

В зубчатых передачах с точечной и двухпарной системой зацепления зубьев коэффициент торцевого перекрытия зубьев $\varepsilon_\alpha = 2,4 \dots 3,0$ при $\alpha_w = 16,8^\circ \dots 17,5^\circ$, что вполне достаточно для обеспечения плавности и малозумности работы передачи. Это достигается тем, что зубья в зацепление входят неодновременно. Более значительный эффект имеет место при трёх – четырёхпарном зацеплении зубьев.

Замена косозубых шевронных зубчатых передач указанными прямозубыми зубчатыми передачами с точечной системой зацепления зубьев является серьезным прорывом в области редукторостроения. При этом окружные скорости в таких передачах, как следует из анализа имеющихся данных, составляют 90...125 м/с.

Для оценки нагрузочной способности зубчатой передачи с точечной и двухпарной системой зацепления эвольвентных зубьев рассмотрим первую ступень судового редуктора, у которой $z_1 = 36$; $z_2 = 110$; $m = 6$ мм; $h_a^* = 1,25$; $\alpha_w = 17^\circ$; $b_w = 215$ мм; $\Delta S = 0,01$ мм и $0,015$ мм; $\nu = 0,3$; $F_n = 7,84 \cdot 10^4$ Н; $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа .

По известным зависимостям находим $\rho_1 = 39,936$ мм; $\rho_2 = 112,86$ мм; $\rho = \rho_1 \rho_2 / (\rho_1 + \rho_2) = 27,819$ мм; $R = 577813$ мм и $\alpha = 0,00694$ при $\Delta S = 0,01$ мм; $R = 385208$ мм и $\alpha = 0,0085$ при $\Delta S = 0,015$ мм. По ранее приведенной и формуле Герца определяем максимальные контактные напряжения для передач с точечной и линейной системами зацепления зубьев, которые равны: $\sigma_{\max} = 471,59$ МПа при $\Delta S = 0,01$ мм; $\sigma_{\max} = 506,33$ МПа при $\Delta S = 0,015$ мм; $\sigma_f = 693,51$ МПа.

В соответствии с полученными значениями максимальных напряжений определим значения коэффициента φ_H , которые характеризуют повышение нагрузочной способности по контактным напряжениям передач с точечным контактом по сравнению с передачами, имеющими линейный контакт зубьев:

$$\varphi_H = \left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{\max}} \right)^3 = \left(\frac{693,51}{471,59} \right)^3 = 3,18 \text{ при } \Delta S = 0,01 \text{ мм};$$

$$\varphi_H = \left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{\max}} \right)^3 = \left(\frac{693,51}{506,33} \right)^3 = 2,569 \text{ при } \Delta S = 0,015 \text{ мм}.$$

При определении коэффициента φ_H можно воспользоваться уравнением

$$\varphi_H = 2,032 \frac{\alpha}{b_w \rho} \left(\frac{R}{\alpha + \nu} \right)^2 \sqrt{\frac{F_n}{b_w \rho E}},$$

исходя из которого при $\Delta S = 0,015$ мм и $0,01$ мм получим $\varphi_H = 2,576$ и $\varphi_H = 3,178$.

Найденные значения коэффициента φ_H , равные $2,576$ и $3,178$, практически совпали с ранее определёнными величинами $2,569$ и $3,18$. Высокие значения коэффициента φ_H обусловлены большой длиной зубьев, так как отношение $b_w/mz_1 \approx 1$.

Для рассматриваемой зубчатой передачи коэффициент торцевого перекрытия зубьев ε_α , подсчитанный по общеизвестной формуле с учётом $h_a^* = 1,25$ и $\alpha_w = 17^\circ$, равен $2,925$, т.е. $\varepsilon_\alpha = 2,925$.

Для эвольвентных зубчатых передач с точечной системой зацепления зубьев характерен широкий диапазон преимуществ по сравнению с традиционными передачами, которые заключаются в следующем:

а) нагрузочная способность по контактным напряжениям рассматриваемых зубчатых передач в $1,7 \dots 2,4$ раза выше таковой зубчатых передач с линейным контактом зубьев без учёта нелинейности между перемещениями и напряжениями; при учёте указанной нелинейности повышение нагрузочной способности составляет $2,5 \dots 3,6$;

б) напряжения изгиба в данных зубчатых передачах без учёта нелинейности уменьшены в 1,23...1,63 раза, а при учёте нелинейности – в 1,4...1,85 раза;

в) стабилизация формы пятна контакта и избежание кромочного контакта зубьев;

г) компенсация возможных расцентровок осей валов зубчатых колёс и погрешностей монтажа;

д) компенсация деформаций кручения, изгиба, сдвига и т.д. элементов редуктора (валы, зубчатые колёса, опоры);

е) исключение из конструкций планетарных и псевдопланетарных передач компенсирующих устройств, предназначенных для выравнивания нагрузки между сателлитами;

ж) использование вместо косозубых и шевронных зубчатых передач прямозубых передач с точечной и двухпарной системой зацепления зубьев с «глубоким профилем» при окружных скоростях 90...125 м/с.

з) снижение шума на 10...17 децибел и вибрации с 90...95g до 25...30g;

и) при одинаковой нагрузочной способности зубчатых передач с точечной и линейной системой зацепления зубьев возможно одновременное снижение веса и габаритов рассматриваемых передач на 30...50%;

к) если исходить из одинаковой аналогии эксплуатации фрикционных и зубчатых передач с точечной системой контакта, то при твёрдости $HRC \geq 60$ и хороших условиях смазки в зубчатых передачах, как в фрикциях, можно принимать допускаемые контактные напряжения вдвое бóльшие по сравнению с линейным контактом фрикционных и зубьев; в дальнейшем данный вопрос требует специального изучения.

В заключение следует отметить, что Национальный университет кораблестроения имени адмирала Макарова (науч. рук. д.т.н., проф. Попов А.П.) по данным передачам тесно сотрудничает с Китаем и ГП НПКГ «Зоря» – «Машпроект», а также с Южной Кореей и Францией (кораблестроительная фирма *DINCS*). В настоящее время в ГП НПКГ «Зоря» – «Машпроект» изготавливается первая ступень редуктора АО5 с целью определения

ефективності точечного зацеплення евольвентних зуб'єв в процесі запланованих випробувань.

Бібліографія

1. Д.п. №3840 на корисну модель. Україна. Рівномірне зубчасте зацеплення Новікова / Г.Ф. Романовський, О.П. Попов, Л.О. Попова. – 2004032140; Заявл. 23.03.04; Опубл. 15.12.04. Бюл. №12.
2. Д.п. №3948 на корисну модель. Україна. Рівномірне зубчасте зацеплення Новікова / Г.Ф. Романовський, О.П. Попов, Є.Є. Лученков, Є.Ю.Форносов. – 2004042588; Заявл. 06.04.04; Опубл. 15.12.04. Бюл. №12.
3. Д.п. №10358 на корисну модель. Україна. Передача Новікова дволінійного зацеплення з еліптичними зубами / О.П. Попов, Л.О. Попова. – 200503652; Заявл. 18.04.05; Опубл. 15.11.05. Бюл. №11.
4. Д.п. №11441 на корисну модель. Україна. Зубчаста передача Попова О.П. з точковою системою зацеплення евольвентних зубів/ О.П. Попов. – u200506848; Заявл. 11.07.05; Опубл. 15.12.05. Бюл. №12.
5. Д.п. №11592 на корисну модель. Україна. Евольвентна зубчаста передача Попова О.П. з точковою системою зацеплення профільно модифікованих зубів/ О.П. Попов. – u200506970; Заявл. 14.07.05; Опубл. 16.01.06. Бюл. №1.
6. Д.п. №13562 на корисну модель. Україна. Передача Новікова з двома лініями зацеплення / О.П. Попов. – u200508026; Заявл. 15.08.05; Опубл. 17.04.06. Бюл. №4.
7. Д.п. №16580 на корисну модель. Україна. Зубчаста передача з еліптичними твірними бічних поверхонь евольвентних зубів / О.П. Попов. – u200601744; Заявл. 20.02.06; Опубл. 05.08.06. Бюл. №8.
8. Д.п. №16280 на корисну модель. Україна. Зубчасте зацеплення Попова О.П. з точковим контактом зубів / О.П. Попов. – u200511587; Заявл. 05.12.05; Опубл. 15.08.06. Бюл. №8.

9. Д.п. №16691 на корисну модель. Україна. Євольвентна зубчаста передача з точковим контактом зубів / О.П. Попов., О.С. Каіров. – u200602435; Заявл. 06.03.06; Опубл. 15.08.06. Бюл. №8.
10. Патент №76881 на винахід. Україна. Зубчаста передача з модифікованими ніжками зубів / О.П. Попов. – a20051210284; Заявл. 14.12.04; Опубл. 15.09.04. Бюл. №9.
11. Патент №77304 на винахід. Україна. Зубчаста передача з криволінійними твірними зубів / О.П. Попов. – a2004121281; Заявл. 14.02.04; Опубл. 15.11.06. Бюл. №11.
12. Патент №77634 на винахід. Україна. Зубчасте зачеплення / О.П. Попов. – a20041210280; Заявл. 14.12.04; Опубл. 15.12.06. Бюл. №12.
13. Патент №79647 на винахід. Україна. Передача Новікова з однією лінією зачеплення з лінійним контактом зубів / О.П. Попов. – a200504886; Заявл. 23.05.05; Опубл. 15.12.06. Бюл. №12.
14. Попов О.П., Попова Л.О. Дослідження моделі контакту напівпросторів, які обмежені криволінійними поверхнями, застосовно до зачеплення Новікова. – Миколаїв: Вісник аграрної науки Причорномор'я, 2001. – Вип.1(10). – С.121 – 130.
15. Попов А.П., Попова Л.А. Исследование контактной прочности зацепления Новикова при торцевом взаимодействии зубьев // Тр. Междунар. науч. – техн. конф. – Збірник наукових праць УДМТУ. – Миколаїв, 2002, №1 (379). – С. 37 – 46.
16. Попов А.П., Селивановский Ю.М. Новый метод расчёта контактных напряжений в зацеплении Новикова // Вестник НТУ «ХПИ». – Харьков, 2003. – Вып.2. – с.82-87.
17. Попов А.П., Попова Л.А. Уточненное решение контактной задачи применительно к зацеплению Новикова // Збірник наук. праць УДМТУ. – Миколаїв, 2002, №7(385). – с.61 – 71.
18. Попов А.П., Каиров А.С., Медведовский А.М. Контактная прочность зацепления Новикова с эллиптическими зубьями // Збірник наук. праць НУК. – Миколаїв, 2006, №4(409). – с.162 – 171.

19. Попов А.П., Каиров А.С. Зубчатая передача с эллиптическими образующими боковых поверхностей эвольвентных зубьев / Сб. докл. Междунар. науч. – техн. конф. «Надёжность и долговечность механизмов, элементов конструкций и биомеханических систем». – Севастополь, НТУ, 2006. – с.22 – 27.
20. Попов А.П., Каиров А.С. Контактная прочность зубчатых передач с точечной системой зацепления эвольвентных зубьев // Міжнародний збірник наук. праць «Прогресивні технології системи машинобудування». – Донецьк: ДВНЗ «ДНТУ». – 2007. – с.208 – 216.
21. Livtin F.L. Theory of Gearing. Nasa Reference Publication 212, AVSCOM Technical Report 88. – с. – 035. Washington, D.C. – 1989. – 620p.
22. Roano A. Zahnradpaase für umsteuerbaze Zahnrad – detriebe mit parallelen oder leicht gegeneigten Achsen. Pat №940194, 15 März, 1956.
23. Wildhaber E. Basic Relationship of Hypoid Gears. American Machinist. – Vol. 90, №4. – 1946. – Feb. 14. – P.108 – 111.
24. Wildhaber E. Gear tooth shape. Patent USA, №3251236, cl. 74 – 162. – 1966.
25. Krenzer T.I. Tooth Contact analysis of Spiral Bevel and Hypoid Gears Under Load. SAE Paper 810688, Illinois, April, 1981.
26. Lian Q. Advanced Tooth Contact Analysis and Introduction to Asymmetric Gears. Shanghai International Machine and Symposium, 2003.

Д.т.н., профессор

Попов А.П.