О БЕЗДОКАЗАТЕЛЬНОСТИ «ДОКАЗАТЕЛЬСТВ» ПРИМЕНИТЕЛЬНО К КОНТАКТНОЙ ПРОЧНОСТИ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

А.П. Попов, д.т.н., профессор,
академик Академии наук судостроения Украины,
зав. каф. механики и конструирования машин
Национального университета кораблестроения
имени адмирала Макарова

Часть 1

Материалы [1] доц. В.И. Короткина целиком и полностью посвящены ревизии материалов [2, 3] проф. А.П. Попова. В связи с этим считаю необходимым ответить по поводу обвинений в адрес материалов [2, 3], так как приведенные доц. В.И. Короткиным «доказательства» являются бездоказательными.

1.1. В своем трактате [4] доц. В.И. Короткин провозгласил: «Малое расстояние линии зацепления от полюсной линии способствует повышению КПД передачи Новикова». Проф. А.П. Попов напомнил доц. В.И. Короткину известную истину по поводу того, что в передачах Новикова с пространственным точечным зацеплением нет линии зацепления. Указанное утверждение, не принадлежащее проф. А.П. Попову, но озвученное им, настолько встряхнуло доц. В.И. Короткина, что он обвинил последнего в «перевороте», в «феномене», добавив при этом, что ему, т.е. доц. В.И. Короткину, данная истина «неподвластна разумению». Последние два слова в кавычках – чистая истина, спасибо хоть за это.

Вместо того, чтобы иронизировать по адресу проф. А.П. Попова, не мешало бы по данному вопросу доц. В.И. Короткину ознакомиться с работами Я.С. Давыдова, Н.И. Колчина, Ф.Л. Литвина, К.М. Писманика, В.В. Шульца и других исследователей. Однако на указанный вопрос можно найти ответ и в работе [5], рецензентами которой являются д-ра техн. наук, проф-ра А.Ф. Кириченко и В.П. Шишов.

Так, например, на стр. 8, 9 [5] содержится такая фраза: «Если представить передачу с точечным контактом как прямозубую, то рабочая линия выглядит как контактная ось, которую М.Л. Новиков и его последователи ошибочно назвали линией зацепления».

На стр. 57 работы [5] содержится такая запись: «Для точечного зацепления нет линии зацепления, а есть одна или несколько обособленных точек контакта в плоскости зацепления, которые в пространстве образуют контактные линии и рабочие линии (на поверхности). Поэтому целесообразно обозначать ОЛК (зацепление с одной линией контакта) и ДЛК (две линии контакта) вместо соответственно ОЛЗ и ДЛЗ».

Надеюсь, что после сказанного и изучения данного вопроса «полное недоумение» доц. В.И. Короткина уступит место здравому смыслу и рассудку.

1.2. Доц. В.И. Короткин привел соотношение

$$\overline{\beta} = \sqrt{C_{\alpha\beta}}\,, \tag{1}$$

которое, как он уверяет, взято из [2], называя его «ключевой формулой», а также эмпирическую зависимость

$$C_{\alpha\beta} = \frac{K - F}{F/\bar{\beta}^2 - K}, \tag{2}$$

позаимствованную не у Герца, а из [6], где K, F – полные эллиптические интегралы некоего модуля $e = \sin\theta$.

Следует отметить, что обозначения $\bar{\beta}$ и $C_{\alpha\beta}$ даны доц. В.И. Короткиным. В моих решениях соотношение (1) имеет вид

$$\alpha = \frac{b_0}{b_к} = \sqrt{\frac{\rho_w}{R}}, \tag{3}$$

где b_0, $b_к$ – малая и большая полуоси эллиптической площадки контакта; ρ_w – приведенный радиус кривизны в плоскости расположения малой оси эллипса (плоскость zOx); R – приведенный радиус кривизны во взаимно перпендикулярной плоскости расположения большой оси эллипса (плоскость zOy): применительно к обозначениям доц. В.И. Короткина имеем $\alpha = \bar{\beta}$; $\rho_w = \rho_a$; $R = \rho_b$; $b_0 = b_н$; $b_к = a_н$.

Доц. В.И. Короткину непонятно — как получено соотношение (3). Для получения соотношения (3) запишем функцию контактных деформаций применительно к рассматриваемой задаче в двух вариантах:

$$\left.\begin{aligned} W(x,y) &= \frac{b_0^2}{2\rho_w}\sqrt{1 - \frac{x^2}{b_0^2} - \frac{y^2}{b_к^2}}; \\ W(x,y) &= \frac{b_к^2}{2R}\sqrt{1 - \frac{x^2}{b_0^2} - \frac{y^2}{b_к^2}}. \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

При $x = y = 0$ максимальная деформация $W_{\max}$, как следует из системы уравнений (4), будет равна $b_0^2/2\rho_w$ либо $b_к^2/2R$, причем $b_0^2/2\rho_w = b_к^2/2R$, откуда следует

$$\alpha = \frac{b_0}{b_к} = \sqrt{\frac{\rho_w}{R}},$$

что и требовалось доказать

Зависимость (3) очевидна, и она отражает размеры и форму контактирующих тел. Для сравнения выражений (2) и (3) приведем формулу (2) к виду

$$\alpha = \bar{\beta} = \sqrt{\frac{C_{\alpha\beta}F}{K(1 + C_{\alpha\beta}) - F}}, \tag{5}$$

которая неизвестно что отражает

Доц. В.И. Короткин пишет, что он меня «разочарует», так как формула (3) ничего не имеет общего с формулой (5), т.е. с формулой Герца, хотя данная формула имеет отношение к Б.С. Ковальскому [6] и ВНИИНМаш.

Я полностью согласен с тем, что формула (3), отражающая очевидную физическую сущность, не имеет ничего общего с эмпирической формулой (5).

Формула (3) делает возможным получать решения пространственных контактных задач в замкнутом виде [2, 3] в отличие, например, от рассматриваемой задачи, при использовании которой, оказывается, следует преодолеть длительную дистанцию, навязанную эмпирическими зависимостями с использованием метода последовательных приближений, линейного интерполирования и т.п. на фоне эллиптических интегралов. Думаю, читатель поймет — какой формулой пользоваться, оценит физический смысл выражения (3), но вряд ли оценит формулу (5) и тем более разберется в ней.

1.3. Затем доц. В.И. Короткин приводит формулу проф. А.П. Попова для определения максимальных контактных напряжений при $\nu_1 = \nu_2 = \nu = 0{,}3$ и $E_1 = E_2 = E$ в виде

$$\sigma_к = 0{,}492\ \sqrt[3]{\frac{\overline{\beta}(\overline{\beta}+\nu)^2 E^2 F_n}{[2(1-\nu^2)]^2 \rho_w^2}} = 0{,}492\ \sqrt[3]{\frac{\alpha(\alpha+\nu)^2 E^2 F_n}{[2(1-\nu^2)]^2 \rho_w^2}} \qquad (6)$$

и формулу Герца для аналогичного случая

$$\sigma_к = m \sqrt[3]{\frac{E^2 F_n}{\rho_b^2}}\,. \qquad (7)$$

При этом он оставляет в знаменателе подкоренного выражения (6) сомножитель $[2(1-\nu^2)]^2$. Кроме того, в формуле (6) фигурирует радиус $\rho_a = \rho_w$ (плоскость zOx), а в формуле (7) – радиус ρ_b (плоскость zOy). Указанные радиусы не равны друг другу. Для чего это сделано? А для того, чтобы показать, что между формулами (6) и (7) – «дистанция огромного размера», что формула проф. А.П. Попова не имеет ничего общего с формулой Герца.

В действительности, формулы (6) и (7) идентичны. И если бы доц. В.И. Короткин не размахивал щитом, прикрываясь ВНИИНМаш и прочей эмпирикой, а изучил бы данную проблему и встал на путь здравых рассуждений, то при $\rho_w = \alpha^2 \rho_b$ и $\nu = 0{,}3$ получил бы зависимость (6) в виде:

$$\sigma_к = m \sqrt[3]{\frac{E^2 F_n}{\rho_b^2}}\,, \qquad (8)$$

где $m = \dfrac{0{,}492}{\alpha} \sqrt[3]{\left[\dfrac{\alpha+\nu}{2(1-\nu^2)}\right]^2}$ – впервые полученный проф. А.П. Поповым в законченном виде коэффициент, учитывающий форму взаимно контактирующих тел [7, 8].

Таким образом, формулы (7) и (8), как уже указывалось, совершенно идентичны. Однако в формуле (8) коэффициент определяется сразу. В то время как при нахождении коэффициента m в формуле (7) используется эмпирическая зависимость (2), определение которой сопряжено с нахождением эллиптических интегралов с учетом так называемой их табуляции в некотором ? диапазоне. По-видимому, не потребуется усилий, чтобы определить, что формула (8) предпочтительнее формулы (7).

Для подтверждения достоверности формулы (8) рассмотрим, как частный случай, решение Герца применительно к двум упруго сжатым сферическим телам на примере контактного взаимодействия двух упруго сжатых шаров.

Зависимости для определения максимальных контактных напряжений $\sigma_к$ и радиуса a площадки контакта в виде круга имеют вид [7]:

$$\sigma_к = 0{,}388 \sqrt[3]{\frac{E^2 F_n}{\rho_b^2}}\,; \qquad (9)$$

$$a = 1{,}102\sqrt[3]{\frac{\rho_b F_n}{E}}\,. \qquad (10)$$

Формулы для нахождения малой b_0 и большой $b_к$ полуосей эллиптической площадки контакта, полученные проф. А.П. Поповым, при $\nu_1 = \nu_2 = \nu$, $E_1 = E_2 = E$, имеют вид [2, 3]:

$$b_0 = 1{,}202\sqrt[3]{\frac{\alpha\rho_w F_n}{(\alpha+\nu)E}}\,; \qquad (11)$$

$$b_к = 1{,}202\sqrt[3]{\frac{\rho_w F_n}{\alpha^2(\alpha+\nu)E}}\,. \qquad (12)$$

При контактном сжатии двух сферических тел в виде шаров радиусы кривизны в двух взаимно перпендикулярных плоскостях равны друг другу, т.е. $\rho_a = \rho_b$, в связи с чем коэффициент $\alpha = \sqrt{\rho_a/\rho_b} = 1$. После подстановки коэффициента $\alpha = 1$ в уравнения (6), (11) и (12), полагая $\nu = 0{,}3$, получим зависимости:

$$\sigma_к = 0{,}393\sqrt[3]{\frac{E^2 F_n}{\rho_b^2}}\,; \qquad (13)$$

$$a = b_0 = b_к = 1{,}101\sqrt[3]{\frac{\rho_b F_n}{E}}\,. \qquad (14)$$

Из сравнения полученных выражений (13) и (14) с выражениями Герца (9) и (10) очевидно, что указанные выражения идентичны, за исключением отличий в коэффициентах 0,388 и 0,393 (погрешность около 1,29%), характерных для формул (9) и (13). Однако в формуле (9) по неизвестным причинам допущена незначительная описка в коэффициенте 0,388, который в действительности равен 0,393.

Покажем это на примере, исходя из зависимости для точечного контакта тел $\sigma_к = 3F_n/2\pi a^2$ применительно к двум упруго сжатым шарам. После подстановки в указанную зависимость правой части выражения (10) найдем

$$\sigma_к = \frac{3F_n}{2\pi a^2} = 0{,}393\sqrt[3]{\frac{E^2 F_n}{\rho_b^2}}\,. \qquad (15)$$

Следовательно, зависимости (13) и (14) проф. А.П. Попова полностью совпали с таковыми (15) и (9), полученными Герцем. С учетом выполненного анализа достоверности решений проф. А.П. Попова, по-видимому, можно было бы и закончить рассуждения на данную тему. Однако впереди нас ожидают «новые сюрпризы» доц. В.И. Короткина, оставить без внимания которые не представляется возможным.

1.4. Далее следует очередное «озарение» доц. В.И. Короткина, исходя из которого он полагает, что при постоянных F_n, E и ν напряжения, вычисляемые по (6), пропорциональны некоему геометрическому коэффициенту

$$K = \sqrt[3]{\bar\beta\,(\bar\beta+\nu)^2/\rho_w^2} = \sqrt[3]{\alpha\,(\alpha+\nu)^2/\rho_w^2}\,, \qquad (16)$$

а вычисляемые по (7), пропорциональны геометрическому коэффициенту

$$K = m\sqrt[3]{1/\rho_b^2}\,. \qquad (17)$$

По–видимому, было бы корректнее, чтобы в формуле (16), как и в формуле (17), фигурировал также радиус ρ_b, в связи с чем, приняв $\rho_a^2 = \overline{\beta}^4\rho_b^2 = \alpha^4\rho_b^2$, запишем уравнение (16) в виде

$$K = \frac{1}{\overline{\beta}}\sqrt[3]{(\overline{\beta}+\nu)^2/\rho_b^2} = \frac{1}{\alpha}\sqrt[3]{(\alpha+\nu)^2/\rho_b^2}\,. \tag{18}$$

Однако не это главное, а то, что в формуле (17) фигурирует коэффициент m, включающий в себя некоторую константу, связанную с решением контактной задачи, а также коэффициент Пуассона ν. В формуле же (16) либо (18) влияние константы и коэффициента Пуассона в виде $[2(1-\nu)^2]^2$ доц. В.И. Короткиным по непонятным или понятным причинам устранено. Поэтому выглядело бы очень странным, если бы коэффициенты K, вычисленные по формулам (16) либо (18) и (17), совпали друг с другом.

Представляется, что было бы больше пользы, если бы доц. В.И. Короткин на фоне своих эмпирических «достижений» доказал бы, по аналогии с доказательствами проф. А.П. Попова, что в формуле (17), полученной Герцем, коэффициент m, применительно к модели контакта двух упруго сжатых шаров равен 0,393. Тогда, по-видимому, отпала бы надобность в выполнении доц. В.И. Короткиным очень нудных и никому ненужных расчетов.

Часть 2

2.1. Во второй части своих «изысканий», посвященных работе [3], доц. В.И. Короткин снова принялся за навешивание ярлыков типа «огромный выигрыш», «противоречит здравому смыслу», «формулы проф. А.П. Попова расходятся с классической теорией Герца», «пренебрег естественным условием корректности», «не потребовал, чтобы большая ось эллиптической площадки контакта не выходила за пределы ширины b_w зубчатого венца — иными словами пренебрег условием $2a_{\text{н}} = b_w$», «резко расходящиеся», «точечное зацепление значительно уступает линейному зацеплению» и тому подобное.

Доц. В.И. Короткин, не занимается данной проблемой, не имеет ни единую публикацию по ней, не решил самостоятельно ни одной захудалой задачи по контактной прочности. Однако пытается рассуждать там, где он не имеет права рассуждать.

По-видимому, можно было бы и оставить указанные и необоснованные измышления без внимания, но материал будут читать и другие лица. Вот для них я и дам пояснения.

2.2. Формулы проф. А.П. Попова (13) и (14), полученные в качестве проверки правильности зависимостей (6), (11) и (12), идентичны формулам Герца (10) и (15), тут все ясно.

А вот взятая за основу правильная формула Герца

$$\sigma_{\text{к}} = \frac{3F_n}{2\pi a_{\text{н}} b_{\text{н}}} = \frac{3F_n}{2\pi b_0 b_{\text{к}}} \tag{19}$$

с учетом введения в нее эмпирических выражений полуосей

$$b_{\text{н}} = b_0 = \overline{\beta} a_{\text{н}};\tag{20}$$

$$a_{\text{н}} = b_{\text{к}} = n\sqrt[3]{\frac{\rho_b F_n}{E}}\tag{21}$$

является завуалированной и при расчетах дает искаженные результаты.

При использовании формулы (19) вводятся коэффициенты:

$$n = \sqrt[3]{\frac{6\,(1-\nu^2)(K-F)}{\pi e^2}};\tag{22}$$

$$m = \frac{e}{3\overline{\beta}}\sqrt[3]{\frac{e}{(K-F)^2}}.\tag{23}$$

Если к сказанному добавить метод последовательных приближений, эллиптические интегралы, линейное интерполирование для нахождения θ, e, $\overline{\beta}$ и прочее, то такая «классика» бросает в пот. Формула (19) – это классика Герца, а вся остальная начинка – плод эмпирических деяний и не более.

Кстати, формулу (19) можно легко получить из условия замены функции напряжений

$$\sigma\,(x, y) = \sigma_{\text{к}}\sqrt{1 - \frac{x^2}{b_0^2} - \frac{y^2}{b_{\text{к}}^2}},$$

действующих в пределах эллиптической площадки контакта $\pi b_0 b_{\text{к}}$, постоянными по величине средними напряжениями σ_m, в связи с чем запишем

$$F_n = \sigma_m \cdot \pi b_0 b_{\text{к}} = \int_{-b_{\text{к}}}^{b_{\text{к}}}\int_{-b_0}^{b_0} \sigma_{\text{к}}\sqrt{1 - \frac{x^2}{b_0^2} - \frac{y^2}{b_{\text{к}}^2}}\,dxdy = \sigma_{\text{к}}\frac{2\pi b_0 b_{\text{к}}}{3},$$

откуда имеем $\sigma_{\text{к}} = 3F_n / 2\pi b_0 b_{\text{к}}$ либо $\sigma_{\text{к}} = 3\sigma_m / 2$, где $\sigma_m = F_n / \pi b_0 b_{\text{к}}$.

Я предпринял попытку получить формулу (19) с учетом приведенных обозначений и выражений (2), (20)–(23) в удобоваримом виде, а именно:

$$\sigma_{\text{к}} = \frac{3F_n}{2\pi\left(\sqrt[3]{\frac{6(1-\nu^2)(K-F)\rho_b F_n}{\pi E e^2}}\right)^2 \sqrt[3]{\frac{C_{\alpha\beta}F}{K(1+C_{\alpha\beta})-F}}},\tag{24}$$

где $e = \sqrt{1-\overline{\beta}}$; $C_{\alpha\beta} = \rho_a / \rho_b$.

Не ручаюсь, что при выводе формулы (24) не допущена какая-либо оплошность — не это главное. Главное — показать общий вид навязанной и удручающей эмпирики и сравнить ее с формулой проф. А.П. Попова, например, с формулой (6).

В связи с этим не надо формулу (24) возводить в классику и приписывать ее Герцу, который до таких формул никогда бы не «додумался».

2.3. То, что «проф. А.П. Попов пренебрег естественным условием $2b_{\text{к}} = b_w$», не имеет к проф. А.П. Попову никакого отношения. Данное утверждение является либо чистейшим вымыслом, либо необдуманным враньем. Не исключена возможность, что в этой фразе просматривается желание «отличника» доц. В.И. Короткина проучить «двоечника» доктора наук, проф. А.П. Попова.

Все формулы проф. А.П. Попова [2, 3] получены именно при условии $2b_к \le b_w$, и об этом знают немало специалистов. Использование условия $2b_к \le b_w$ при $\nu_1 = \nu_2 = \nu$ и $E_1 = E_2 = E$ определяется неравенством

$$\varphi(\alpha) \ge C, \tag{25}$$

которое отсутствует в [2, 3], где $\varphi(\alpha) = \alpha^2(\alpha + \nu)$ – функция коэффициента α; $C = 13{,}893 \rho_w F_n \big/ E b_w^3$ – константа.

Для получения уравнения (25) следует в правую часть уравнения (12) вместо $b_к$ подставить $b_w/\,2$, затем разделить левую и правую части полученного выражения на $b_w/\,2$ и возвести его в куб. Ниже будет дан расчет неравенства (25) с целью определения предельного значения параметра криволинейности ΔS, при котором $2b_к = b_w$.

2.4. И снова доц. В.И. Короткин , совершенно не понимая сути вопроса, не зная тонкостей и нюансов контактного взаимодействия зубьев, заявляет: «…у проф. А.П. Попова получается, что при уменьшении параметра ΔS происходит удаление от линейного контакта по напряжениям. В чем же дело?»

Речь идет о том, что чем меньше величина ΔS, тем больше величина радиуса ρ_b и тем меньше напряжения по сравнению с Герцем (плоская задача). При этом доц. В.И. Короткин объясняет это тем, что проф. А.П. Попов пренебрег условием $2b_к = b_w$ — а это чистой воды вымысел.

Покажем, что при уменьшении ΔS в пределах длины b_w напряжения при некотором значении ΔS достигают величин напряжений для случая линейного контакта зубьев, определяемых по общеизвестной формуле Герца $\sigma_н = 0{,}418 \sqrt{E F_n / b_w \rho_w}$.

С этой целью, разделив левую и правую части уравнения (25) на α^2, получим зависимость

$$\alpha + \nu = 13{,}893 \frac{\rho_w F_n}{\alpha^2 E b_w^3}. \tag{26}$$

Далее полагаем, что величина α мала по сравнению с ν, в связи с чем $\alpha + \nu \approx \nu$. Затем правую часть уравнения (26) поделим и умножим на $\sigma_н$, в результате запишем выражение

$$\nu = \frac{13{,}893}{\alpha^2} \cdot \frac{\rho_w F_n}{E b_w^3} \cdot \frac{0{,}418 E^{0,5} F_n^{0,5}}{\rho_w^{0,5} b_w^{0,5} \cdot \sigma_н},$$

исходя из которого найдем

$$\alpha^2 = \frac{5{,}807 F_n}{\nu \sigma_н b_w^3} \sqrt{\frac{\rho_w F_n}{E b_w}}. \tag{27}$$

Из уравнения (27) при заданных герцевских напряжениях $\sigma_н$ и прочих параметрах всегда можно определить коэффициент α и соответствующий ему параметр ΔS, при которых напряжения $\sigma_к = \sigma_н$.

Формула (27) является приближенной с погрешностью до 2%. Расчет по данной формуле будет дан ниже. Более полное исследование данной проблемы приведено в книге проф. А.П. Попова «Контактная прочность зубчатых механизмов», которая, как предполагается, выйдет в свет в этом году.

При решении данной задачи часть силы F_n в виде усилия F_{n1} приводит к контактной деформации сопряженной пары зубьев, равной по величине параметру ΔS. Другая часть усилия $F_{n2} = F_n - F_{n1}$ воздействует на сопряженную пару зубьев уже в пределах всей ширины зубчатого венца b_w. При этом помимо использования обобщенного закона Гука и гипотезы Винклера в рассмотрение вводится гипотеза плоских сечений.

2.5. В завершение своих «изысканий» доц. В.И. Короткин приводит расчет зубчатой передачи на основе вышеприведенной эмпирики, исходя из $\rho_a = 20$ мм; $b_w = 60$ мм; $\nu = 0{,}3$; $E = 2{,}1 \cdot 10^5$ МПа; $\Delta S = 0{,}01$ мм; $\rho_b = b_w^2/8\Delta S = 45000$ мм; $\overline{\beta} = 0{,}00942$. При этом в основу расчета закладывается величина $a_н = b_к = b_w/2 = 30$ мм, исходя из которой определяется сила $F_n = 1{,}435 \cdot 10^4$ Н.

Если $2a_н = b_w$, то в этом случае максимальная контактная деформация $W_{\max}$ в плоскости расположения большой оси эллипса и радиуса ρ_b (плоскость zOy) должна быть равна $\Delta S = 0{,}01$ мм, а именно:

$$W_{\max} = a_н^2/2\rho_b = 30^2/2 \cdot 45000 = 0{,}01 \text{ мм},$$

что и следовало ожидать.

Однако при этом должно быть выполнено условие, при котором максимальная контактная деформация в плоскости расположения малой оси эллипса и радиуса ρ_a (плоскость zOx) должна быть также равна 0,01 мм, т.е. $W_{\max} = 0{,}01$ мм.

Для определения $W_{\max}$ во втором случае воспользуемся полученной доц. В.И. Короткиным величиной $b_н = b_0 = \overline{\beta} a_н = 0{,}00942 \cdot 30 \approx 0{,}283$ мм. В соответствии с величиной $b_н = 0{,}283$ мм находим $W_{\max} = b_н^2/2\rho_a = 0{,}283^2/2 \cdot 20 = 0{,}002$ мм.

Отсюда следует, что в одной и той же точке контакта максимальные деформации различаются в $0{,}01/0{,}002 = 5$ раз.

В действительности параметр $b_н$ должен быть равен $b_н = \sqrt{5} \cdot 0{,}283 = 0{,}532$ мм, в связи с чем $W_{\max} = a_н^2/2\rho_b = b_н^2/2\rho_a = 30^2/2 \cdot 45000 = 0{,}532^2/2 \cdot 20 = 0{,}01$ мм. Если бы подобное произошло в расчетах доц. В.И. Короткина, то тогда все стало бы на свои места. Однако это не произошло и никогда не произойдет в силу ранее указанных причин.

Если бы доц. В.И. Короткин знал о том, что в одной и той же точке максимальные контактные деформации являются постоянной величиной независимо от того в какую плоскость попадает параметр $W_{\max}$, то, по-видимому, он бы не сделал и не привел надуманный, вымученный, смехотворный и никому не нужный расчет.

Но он этого не знал, и на фоне «блестящих» и безоговорочных «изысканий» заключил, что, во-первых, нагрузочная способность передачи с точечным зацеплением по контактным напряжениям ниже таковой с линейным зацеплением в 1,48 раза, а, во-вторых, что точечный контакт хуже линейного, что, по его мнению, и стоило ожидать.

Да, доц. В.И. Короткин не мог другого ожидать по причинам незнания и непонимания существа рассматриваемой проблемы, нежелания или неумения вникнуть в суть обсуждаемого вопроса, принятия за основу вышеуказанных эмпирических нагромождений, в лабиринте которых затеряна не только качественная, но и количественная суть исследуемых передач.

С одной стороны, доц. В.И. Короткин «доказывает», что передачи с точечной системой зацепления зубьев (с бочкообразными зубьями) хорошо известны, а с другой стороны утверждает, что их нагрузочная способность очень низкая. Если данные передачи такие плохие, но почему по доц. В.И. Короткину «они известны» и для чего их выпускать?

Согласимся, допустим, «с историческими выводами» доц. В.И. Короткина, что указанные передачи имеют более низкую нагрузочную способность по сравнению с линейным контактом зубьев. Но тогда передачи Новикова с точечным зацеплением имеют гораздо более низкую нагрузочную способность по сравнению с традиционным линейным контактом зубьев. Однако об этом ни слова.

2.6. В заключение выполним расчет передачи по ранее приведенным данным доц. В.И. Короткина при $\Delta S = 0{,}01; 0{,}02; 0{,}03; 0{,}04; 0{,}05$ мм, а также для случая, когда $\rho_a = \rho_b = 20$ мм.

Выполненные расчеты приведены в таблице.

Таблица

Точечный контакт						
Определяемые параметры	Параметр ΔS, мм					
	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	–
ρ_b, мм	45000	22500	15000	11250	9000	20
α	0,02018	0,0298	0,0365	0,0422	0,04714	1,000
$\sigma_к$, МПа	499	570	617	656	687	4579
b_0, мм	0,538	0,598	0,636	0,664	0,686	1,222
$b_к$, мм	25,533	20,08	17,492	15,743	14,546	1,222
$A = \pi b_0 b_к$, мм^2	43,133	37,704	34,932	32,814	31,82	4,689
$\varphi_к = \sigma_н / \sigma_к$	1,236	1,163	1,073	1,009	0,965	0,145
$\varphi_н = \varphi_к^3$	2,33	1,571	1,235	1,028	0,898	0,003
Линейный контакт						
$\sigma_н = 662$ МПа; $b_0 = 0{,}23$ мм; $A = 2 b_0 b_w = 27{,}6$ мм^2						

Из таблицы очевидно, что по мере увеличения параметра ΔS напряжения $\sigma_к$ возрастают. При этом параметр $b_0 = b_н$ также возрастает, а параметр $b_к = a_н$ – уменьшается. При изменении ΔS от 0,01 мм до 0,05 мм, т.е. в 5 раз, параметр b_0 возрос в

$0{,}686/0{,}538=1{,}275$ раза, а параметр $b_к$ – в $25{,}533/14{,}576=1{,}752$ раза. В целом, снижение параметра $b_к$, по сравнению с параметром b_0, является опережающим.

Из таблицы также следует, что при $\Delta S=0{,}01...0{,}03$ мм нагрузочная способность передачи с точечным контактом зубьев, оцениваемая коэффициентом $\varphi_н$, выше таковой передачи с линейным контактом зубьев. При $0{,}04\,мм<\Delta S\le 0{,}05\,мм$ нагрузочная способность передачи с линейным либо точечным контактом зубьев находится примерно на одном уровне. В последнем вертикальном столбце таблицы дан расчет для случая, когда $\rho_a=\rho_b=20$ мм (контакт сферических тел в виде шаров). Здесь $b_0=b_к=a=1{,}222$ мм, а напряжения $\sigma_к$ достигают очень больших значений, находящихся далеко за пределами пластичности материалов.

Кроме того, в рассматриваемой передаче $b_к<b_w/2=30$ мм, в отличие от данных доц. В.И. Короткина, который одним махом не задумываясь, заложил в расчет $b_к=a_н=b_w/2=30$ мм. Параметр $b_к$ будет равен $b_w/2$ только в том случае, как показал расчет (25), когда величина $\Delta S=0{,}0063$ мм. И, наконец, используя формулу (27), найдем то значение коэффициента $\alpha=0{,}0054$ и соответствующую ему величину $\Delta S=0{,}00066$ мм, при которых напряжения $\sigma_н$ и $\sigma_к$ совпадают.

Если сделать расчет не по формуле (27), а исходя из ранее упомянутого метода расчета, то в данном случае $F_{n1}=650$ Н ($\sigma_{н1}=23$ МПа) и $F_{n2}=F_n-F_{n1}=1{,}37\cdot10^4$ Н ($\sigma_{н2}=640$ МПа), в связи с чем полное напряжение $\sigma_н=663$ МПа.

2.7. Доц. В.И. Короткин пишет, «что у нас теперь две классические теории на одну и ту же тему, одна из которых принадлежит Герцу, а другая — проф. А.П. Попову». Соглашусь с доц. В.И. Короткиным: есть решения Герца и нет решений проф. А.П. Попова. Тогда, что делать с десятками новых расчетных моделей, присущих зубчатым передачам, учитывая, что у Герца нет решений применительно к указанным моделям контакта, например, к таким, как:

а) модель контакта 2-х упруго сжатых цилиндров с пересекающимися осями;

б) модель контакта 2-х упруго сжатых цилиндров с перекрещивающимися осями;

в) модель контакта 2-х упруго сжатых эллиптических цилиндров с параллельными, пересекающимися и перекрещивающимися осями;

г) модель контакта цилиндра с полуцилиндром;

д) модель контакта 2-х полуцилиндров;

е) модель контакта цилиндра с сегментоидом;

ж) модель контакта цилиндра с полупространством в виде 2-х жестко соединенных друг с другом полуцилиндров с разными радиусами кривизны;

з) модель контакта цилиндра с ломаной плоскостью;

и) модель контакта цилиндра с наклонной плоскостью;

к) модель контакта цилиндра с эллипсоидом;

л) модель контакта цилиндра с криволинейно-прямолинейными поверхностями;

м) модель контакта эллипсоида с плоскостью.

Формулы Герца нельзя использовать при расчетах зубчатых передач с профильной модификацией, где на сегодняшний день существует не менее 10 новых расчетных моделей. По Герцу нельзя считать контактную прочность зубьев с продольной модификацией зубьев, где в качестве образующих боковых поверхностей зубьев могут выступать всевозможные кривые, отличные от дуг окружностей. Да и при расчетах зубчатых передач с образующими боковых поверхностей зубьев в виде дуг окружностей эмпирическая формула, о которой так много говорит доц. В.И. Короткин, и которая приклеена к общеизвестной зависимости $\sigma_к = 3F_n/2\pi a_н b_н$, полученные результаты не имеют ничего общего с действительностью, что очевидно из **2.6.**

Если доц. В.И. Короткин понимает классику как нечто застывшее, вечное и незыблемое, то зачем ему надо было при его познаниях залезать в далекую и непонятную ему область знаний — контактную прочность упруго сжатых полупространств.

Более того, для сведения добавлю, что все расчетные модели с формами тел, описанных дугами окружностей, позволяют получать решения в замкнутом виде. Если форма тел описана эллиптическими, параболическими, циклоидальными, эвольвентными и другими кривыми, то в этом случае решения задач имеют незамкнутый вид, что в каждом конкретном случае требует нахождения дополнительного трансцендентного уравнения.

Краткие выводы

1. Навязанная доц. В.И. Короткиным эмпирическая зависимость (24), встроенная в общеизвестную формулу Герца $\sigma_к = 3F_n/2\pi a_н b_н$, не имеет ничего общего с Герцем, в связи с чем некорректно и неправильно указанную зависимость относить на счет Герца.

2. Расчет конкретной зубчатой передачи, выполненный доц. В.И. Короткиным применительно к точечному и линейному контакту зубьев, показал, что применительно к одной и той же точке максимальные контактные деформации в одном случае (плоскость zOy) равны 0,01 мм, а в другом случае (плоскость zOx) – 0,002 мм. Различия между указанными величинами деформаций W_{max} в $0{,}01/0{,}002 = 5$ раз указывают на то, что выполненные доц. В.И. Короткиным расчеты, во-первых, неверны, так как не отражают физику деформирования упруго сжатых тел, а, во-вторых, эти расчеты показывают, что доц. В.И. Короткин не понимает того, о чем он пытается рассуждать и, главное, безоговорочно утверждать.

3. Зависимости проф. А.П. Попова (6), (11) и (12) применительно к точечному контакту указывают на то, что в случае упругого взаимодействия сферических поверхностей в виде 2-х шаров они полностью перерождаются в формулы (13) и (14), совпадающие с формулами Герца (10) и (15). Приведенные эмпирические зависимости (2), (5) и (20)–(24) доц. В.И. Короткиным при всем уважении к тем, кто их сотворил, не могут перейти в указанные конкретные формулы Герца для вышеуказанного случая упруго сжатых сферических тел.

4. Разработанные проф. А.П. Поповым решения контактной прочности зубьев разной формы с учетом и без учета профильной, продольной и трехмерной модификации зубьев на сегодняшний день не имеют аналогов. Указанные разработки, защищенные патентами на изобретения, вносят определенный вклад в развитие современного редукторостроения. При этом следует отметить, что впервые указанные решения выполнены не только с учетом линейной взаимосвязи между упругими перемещениями зубьев и возникающими в них напряжениями, но и с учетом нелинейной указанной взаимосвязи.

5. В качестве пожеланий редакции журнала «Редукторы и приводы» хотелось бы высказать мысль, которая полностью совпадает с мнением моих коллег, по поводу того, что представляемые в редакцию впервые отдельные материалы наподобие «материалов» доц. В.И. Короткина, особенно касающиеся контактной прочности упруго сжатых полупространств, должны проходить рецензирование, чтобы не засорять страницы уважакмого специализированного журнала лженаучными рассуждениями и утверждениями.

Использованные источники информации

1. Короткин В.И. О реальных передачах Новикова, эвольвентных передачах с точечным контактом и новом «классическом решении» контактных задач. – Сайт www.reductor–news.ru журнала «Редукторы и приводы».

2. Попов А.П. Мой комментарий – это первый и последний отклик на громкие заявления В.И. Короткина. – Сайт www.reductor–news.ru журнала «Редукторы и приводы».

3. Попов А.П. Передачи с точечной системой зацепления эвольвентных зубьев. – Сайт www.reductor–news.ru журнала «Редукторы и приводы».

4. Короткин В.И., Харитонов Ю.Д. Зубчатые передачи Новикова. – Ростов–на – Дону: Изд–во Ростовского университета. – 1991. – 207 с.

5. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100 с.

6. Ковальский Б.С. Расчет деталей на местное сжатие. – Харьков: ХВКИУ, 1967. – 223 с.

7. Энциклопедический справочник. Инженерные расчеты в машиностроении. Гос. изд–во машиностроит. лит–ры. М., 1948. – 891 с.

8. Детали машин. Справочник / Под ред. Н.С. Ачеркина. М., 1968. Т. I, II и III.