

ОЦЕНКА ПРОТИВОРЕЧИВОСТИ ТЕОРИИ И ПРАКТИКИ КАК КРИТЕРИЙ ДОСТОВЕРНОСТИ ФИЗИЧЕСКИХ ОСНОВ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ СИЛОВЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Г.А. Журавлев, к.т.н., зав. отделом конструктивной прочности
НИИ Механики и Прикладной Математики им. Воровича И.И.,
Южный Федеральный Университет

Показано, что в теории и практике зубчатых передач накопилось множество противоречий, которые не находят своего объяснения с позиций традиционных физических основ совершенствования зубчатых передач. Базу для объяснения этих противоречий дают эффекты кривизны контакта – эффекты большего (относительно классического решения плоской контактной задачи Герца и общепринятых представлений) влияния кривизн контактирующих тел на несущую способность их контакта.

В настоящей работе поставлены задачи обобщения фактов противоречивости теории и практики и анализа достоверности физических основ совершенствования зубчатых передач на базе оценки степени их соответствия практике.

Смыслом выбора того или иного направления совершенствования зубчатых передач является улучшение различных показателей их конкурентоспособности. Для удобства обозначения этого смысла нами предложен термин «физические основы», например – физические основы совершенствования зубчатых передач [1]. Этот термин обозначает комплексную базу выбора направления развития зубчатых передач.

Физические основы совершенствования современных силовых зубчатых передач это, по сути, физический смысл выбора того или иного направления их развития, базирующийся на некоторых количественных соотношениях, в той или иной степени отражающих объективные законы природы. Достижение высокой достоверности этих соотношений позволяет сделать более правильный выбор теории и перейти к интенсивному развитию зубчатых зацеплений. Ошибочность их выбора, наоборот, приводит к накоплению противоречивых (не имеющих объяснений с позиций принятых соотношений) фактов и к экстенсивному пути совершенствования зубчатых передач. Сочетание множества противоречий с резко альтернативным характером физических основ (как это произошло в случае создания зацепления Новикова и его развития в рамках передач ДЛЗ) показывает, что следование эти физическим основам становится серьезным тормозом прогресса в теории и практике зубчатых передач [1, 2].

До появления решения плоской контактной задачи Герца базой развития зубчатых передач были технологические возможности формообразования зубчатого венца, которые стали, например, толчком к созданию эвольвентного зацепления.

В начале XX века применение решения плоской контактной задачи Герца в расчетах зубчатых передач дало возможность построения физических основ их совершенствования из прочностных соображений – оценкой контактных явлений в силовом зацеплении. Как отмечено в работе [1], фактом значительного прогресса в области теории и практики зубчатых передач стало создание зацепления Новикова – первой практически значимой системы зацепления, базирующейся на прочностных физических основах.

Основным количественным соотношением теории и практики контактных расчетов эвольвентных передач считается линейная взаимосвязь

$$F_p = c\rho, \quad (1)$$

где: F_p – величина допускаемой силы сжатия зубьев F ; c – константа, ρ – приведенный радиус кривизны торцовых профилей зубьев. Она получила экспериментальное подтверждение (например, [3, 4]) и была принята для формулирования традиционных физических основ на базе решения плоской контактной задачи Герца.

Основополагающими (для традиционных физических основ) следствиями из зависимости (1) являются положения о независимости контактной прочности зубьев в полюсе зацепления от формы профилей зубьев и от системы зацепления и об отсутствии возможностей заметного снижения контактных напряжений в передачах с начально-линейным касанием зубьев. Эти положения используются, например, при формулировании традиционных представлений о физических основах развития зубчатых передач, при разработке широко применяемых методов расчета эвольвентных зубчатых передач, при выборе исходных контуров зубьев с малыми углами $\alpha \leq 20^\circ$, например – ГОСТ 13755-81, при создании неэвольвентных систем зацепления. В той или иной степени к ставшим традиционными, на наш взгляд, можно отнести следующие физические основы:

- Физические основы Е. Бакингема [5] («Изыскание тех изменений в профилях зубцов, которые устранили бы необходимость большей точности изготовления, велись в течение ряда лет и до сих пор продолжают. Эти изыскания были в прошлом и в будущем, вероятно, будут такими же бесплодными» [5]) привели к распространению эвольвентного зацепления с углом исходного контура зубьев $\alpha = 20^\circ$.
- Физические основы Ю.Н. Будыки [6] на базе исследования им плоского зацепления общего (неэвольвентного) вида («наиболее радикальный путь повышения передаваемой мощности для закрытых передач – **не поиски новой системы зацепления**, а изучение и борьба с самим явлением усталостного выкрашивания, лимитирующего передаваемую мощность» [6]) привели к выводу об отсутствии перспектив реализации выявленных в работе [6] резервов улучшения внеполюсного зацепления и обоснованию традиционного эвольвентного зацепления с углом исходного контура $\alpha = 20^\circ$ (например – ГОСТ 13755-81, ГОСТ 21354-81 или DIN 3990) как лучшего среди возможных зацеплений.
- Физические основы на базе гипотезы Нимана-Рихтера [7] о влиянии увеличения угла зацепления $\alpha_{тв}$ на рост (как следствие большего гидродинамического эффекта) несущей способности эвольвентной передачи создали тенденцию [8, 9] применения эвольвентных передач с увеличенными значениями углов исходного контура α и зацепления зубьев $\alpha_{тв}$. Как показано в работах [10, 11], гидродинамический эффект проявляется через увеличение допускаемых контактных напряжений.
- Физические основы [12, 13] на базе анализа Г.К. Трубина [12] физики усталостных разрушений зубьев (с учетом влияния сил трения на снижение силы сжатия зубьев в их контакте) привели к выводу о целесообразности применения эвольвентных передач с минимальными углами исходного контура $\alpha < 20^\circ$.
- Физические основы зацепления Новикова [14] (с особой реализацией резервов внеполюсного зацепления [6]) привели к выводу о возможности рационального совершенствования силовых передач только в рамках внеполюсного точечного, с осевым перекрытием зубьев.

Традиционные физические основы зубчатых передач диктуют однообразность и даже альтернативность пути развития силовых зубчатых передач:

- эвольвентное зацепление $\alpha = 20^\circ$;
- эвольвентное зацепление $\alpha_{тв} \rightarrow \max$ на базе учета (качественно) роли гидродинамических факторов;
- эвольвентное зацепление $\alpha_{тв} \rightarrow \min$ на базе учета роли фрикционных факторов;
- внеполюсное точечное зацепление Новикова повышенной контактной прочности, альтернативное – на базе отрицания принципиальной возможности снижения контактных напряжений в полюсе и вообще в передачах с линейчатым контактом зубьев.

Мировой опыт совершенствования зубчатых зацеплений на базе традиционных физических основ привел к накоплению принципиальных противоречий в области

традиционной теории и практики зубчатых передач. Наиболее характерными (в силу кинематических особенностей зубчатых зацеплений) являются следующие факты противоречивости традиционных физических основ практики зубчатых передач:

- Зависимость (1) противоречит опыту развития мирового редукторостроения и передовых отраслей РФ [8, 9], который привел к широкому применению эвольвентных передач с $\alpha > 20^\circ$. Это стало следствием накопления экспериментального материала для эвольвентных передач $\alpha = 20^\circ$ со смещениями исходного контура зубьев $x_\Sigma > 0$ (что обеспечивает рост угла зацепления α_{tw}) и не имеет объяснения с позиций традиционной теории. Как показано анализом [2, 15...18], представления о роли гидродинамических факторов противоречат (таблицы 1 и 2) экспериментальным результатам [3, 4] и опыту применения тихоходных эвольвентных передач (с углом $\alpha = 20^\circ$) с низкой твердостью зубьев, но и опыту увеличения контактной прочности плохоприрабатываемых (высокоскоростных и/или с повышенной твердостью зубьев) эвольвентных передач с увеличенными углами зацепления, например, [7, 8, 9, 18].
- Как показано (рис 1 и рис. 2) исследованиями [15, 22...24], в отсутствие общепринятого классического решения для сближения δ осей двух упругих параллельных круговых цилиндров при их сжатии (оно не было дано Герцем) распространенные в машиностроении методы определения сближения не учитывают влияние кривизны, весьма противоречивы и требуют уточнения, а имеющиеся экспериментальные результаты не вносят определенности в выбор методов расчета δ . Эту величину используют при определении динамических нагрузок, углов перекоса γ_Σ ряда деталей с выступами (например, эвольвентных зубчатых колес – с учетом частичной компенсации перекоса зубьев в плоскости их зацепления) и в других жесткостных расчетах.
- Зависимость (1) противоречит (таблицы 2...5) типичным экспериментальным результатам [7, 19] и опыту увеличения контактной прочности плохоприрабатываемых (высокоскоростных или с повышенной твердостью зубьев) эвольвентных передач с увеличенными углами зацепления, например, [8, 9].
- Положению физических основ зацепления Новикова [14] об особо благоприятной гидродинамике смазки контакта зубьев зацепления Новикова противоречит выявление (В.А. Гришко и др.) в процессе испытаний и эксплуатации «твердых» передач ДЛЗ повышенной прирабатываемости зубьев и отсутствия в них безизносного режима.
- Положению об альтернативном характере зацепления Новикова [14] (о возможности значительного снижения контактных напряжений, исключительно, в точечном внеполюсном зацеплении Новикова) противоречит опыт мировой практики низких показателей конструктивной гибкости и конкурентоспособности зацепления Новикова относительно эвольвентного зацепления. Несмотря на то, что создание зацепления Новикова и наибольшие объемы мирового производства зубчатых передач относятся к тяжело нагруженным передачам с «твердыми» колесами, уровень рационального применения и практической значимости передач Новикова типа ДЛЗ весьма низок и ограничен их реализацией с «мягкими» колесами.
- Зависимость (1) приводит к низкой точности контактных расчетов и противоречит опыту мирового редукторостроения. Традиционные методы и программы контактного расчета эвольвентных зубчатых передач обеспечивают геометрические и прочностные расчеты при любом значении α , но результат расчетной оценки контактной прочности зубьев эвольвентных передач (при допускаемом контактном напряжении $\sigma_{Hp} = \text{const}$) практически не зависит от значения α (как, например, по ГОСТ 21354-81 или DIN 3990) либо определен обрастанием расчетных методик эмпирическими коэффициентами.
- Результаты стендовых испытаний силовых эвольвентных передач по выбору рационального значения угла зацепления α_{tw} (или угла исходного контура зубьев α) в

специальных (стендовых) корпусах повышенной жесткости больше соответствуют линейной зависимости $F_p = c\rho$, но противоречат стендовым или эксплуатационным результатам по выбору рациональных значений α_{tw} или α в «облегченных» (высокодеформационных) (типичных, например, для транспортных машин) корпусах. Меньшие значения α_{tw} и α типичны для корпусов повышенной жесткости, а большие значения – для «облегченных» (высокодеформационных) корпусов. Это положение ставит под сомнение тенденцию использования универсальных стендов для отработки параметров исходного контура зубьев различных (по жесткости корпуса и корпусных деталей) зубчатых передач.

- Зависимость (1) противоречит эмпирическому подходу к выбору рационального значения угла α и дает противоречивые результаты от двухкратного роста (при увеличении α от 20° до 28°) нагрузочной способности (Ниман-Рихтер) до полного отсутствия его влияния (Браиловский, Борович), что не имеет теоретического обоснования традиционными методами.
- Теоретически традиционное эвольвентное зацепление (с углами исходного контура зубьев в диапазоне $\alpha = 14,5^\circ \dots 20^\circ$) должно было бы сохранить свою монополию, но фактически в силовых передачах оно вытесняется усовершенствованным эвольвентным зацеплением с увеличенными углами зацепления, в том числе – при $\alpha \geq 25^\circ$.
- Физические основы современного развития зацепления Новикова в передачах ДЛЗ до сих пор базируются на зависимости (1) и на устаревших представлениях (типа опытов Л.В. Браиловского [3] с хорошоприрабатываемыми низкоскоростными «мягкими» эвольвентными колесами), не отражающих современный уровень развития зубчатых передач, а передачам ДЛЗ с «твердыми» колесами приписывают [20] перспективу широкого применения.
- Остаются необъяснимыми (традиционной теорией) с позиций зависимости (1) различные эксперименты, в том числе – наиболее типичные из них:
 - опыты Ниманна и Рихтера (ФРГ, 1960 г.) с двухкратным повышением несущей способности по контактной выносливости зубьев (по мере увеличения угла исходного контура зубьев от 20° до 28°) косозубой и прямозубой эвольвентных цилиндрических передач
 - опыты Зубарева и Игдалова (Россия, 1989 г.) с изменением вида контактного отказа (при увеличении угла зацепления) прямозубой эвольвентной передачи от глубинного к поверхностному.
 - выявление и реализация значительных резервов улучшения исходного контура зубьев по задиростойкости и контактной выносливости эвольвентных цилиндрических косозубых передач в различных машинах (например, в вертолете МИ-28) с комплексно (теоретически и экспериментально, конструктивно и технологически) обоснованными параметрами исходного контура зубьев.

К сожалению, традиционные физические основы силовых зубчатых передач (как и традиционные методы контактных расчетов, базирующиеся на решении плоской контактной задачи Герца) построены без детального анализа теории и практики контактных расчетов зубчатых передач. Многочисленные противоречия вообще не принимались во внимание (как это было в случае развития зацепления Новикова в рамках ДЛЗ) и не рассматриваются до сих пор (даже в ходе дискуссии по статье [1]) исследователями и производителями передач ДЛЗ [20]. На наш взгляд, критерием достоверности физических основ может быть только практика, то есть – отсутствие фактов принципиальной противоречивости теории и практики их реализации. Появление таких фактов становится признаком ошибочности физических основ.

Нами показано [15...18], что традиционные физические основы базируются на соотношениях с заниженной оценкой влияния приведенного радиуса кривизны ρ на показатели деформативности [15, 21...24] и несущей способности контакта упругих тел с близким к начально-линейному касанием [17, 18]. Так, традиционные контактные расчеты зубчатых передач исходят из линейных взаимосвязей $F_p = c\rho$ и $\delta = cq$, которые считаются дискуссионными. В настоящей работе и ранее [1, 2, 15...18, 21...24] нами показана их ошибочность, а работами [25...28] утверждается справедливость первой [25] и второй [26...28] формул. Предпринятая попытка [25] подтверждения (с использованием метода конечных элементов) универсальности (для расчетов эвольвентных передач) линейной взаимосвязи (1) не имеет экспериментального подтверждения в области высокоскоростных эвольвентных передач и/или передач с упрочненными колесами. Эта попытка противоречит мировой практике применения эвольвентных зубчатых передач с увеличенными углами зацепления. Ее результаты не коррелируют с типичными экспериментальными данными [7, 19]. К тому же они не дают объяснения существующим противоречиям. Возможно, причины такого несоответствия лежат в выборе условий построения конечно-элементной модели [25]. Например, вызывает сомнение используемый критерий выбора этих условий и оценки точности расчетов сравнения максимальных контактных напряжений при отсутствии перекосов осей цилиндров с результатами расчетов по формулам плоской контактной задачи Герца.

Экспериментальные исследования роли основных факторов сближения параллельных роликов (цилиндров конечной длины) подтверждали (до появления результатов [21...23]) линейные зависимости $\delta = cq$ (c – константа). Хотя взаимная нелинейность δ и q и заметное влияние на δ радиусов параллельных цилиндров R_i при их упругом контакте вытекают из ряда известных теоретических работ, количественная оценка и сама достоверность таких взаимосвязей остаются спорными. Например, в справочнике [26] нелинейный характер зависимости δ от q отмечен для различных тел «за исключением сближения двух параллельных цилиндров», а в работах [27, 28] утверждается, что радиусы параллельных цилиндров практически не влияют на величину δ . При сжатии плит ($R_2 \rightarrow \infty$) и ролика (он расположен между плитами) получено экспериментальное подтверждение [27, 28] независимости δ от R_i , тогда как опытами [23], наоборот, демонстрируется влияние радиусов цилиндров на величину δ .

Такая противоречивость оценок взаимосвязей δ с параметрами q и R_i (или ρ) подчеркивает слабую их обоснованность и необходимость дополнительного исследования, в основу которого нами положены экспериментальные результаты [23] и аналитическая зависимость работы [21], полученная на базе решения задачи Н.И. Мухелишвили о плоской деформации цилиндра под действием двух равных и противоположно направленных сосредоточенных сил:

$$\delta = \frac{2q}{\pi} \sum_{i=1}^2 \eta_i \left\{ \ln \frac{2R_i}{b} - \frac{1}{2} + \ln 2 + \frac{5}{48} \left(\frac{b}{R_i} \right)^2 + \dots + \right. \\ \left. + \frac{(-1)^{n+1}}{2^n (n+1)!} \left[\frac{1}{2^n n!} - \frac{(2^{2n-1} - 1)(2n-1)! B_{2n}}{n(2n)!} \right] \left(\frac{b}{R_i} \right)^{2n} \right\}, n = 2, 3, 4, \dots \quad (2)$$

где: $\eta_i = \frac{1 - \mu_i^2}{E_i}$; μ_i ; E_i – коэффициент Пуассона и модуль Юнга материала

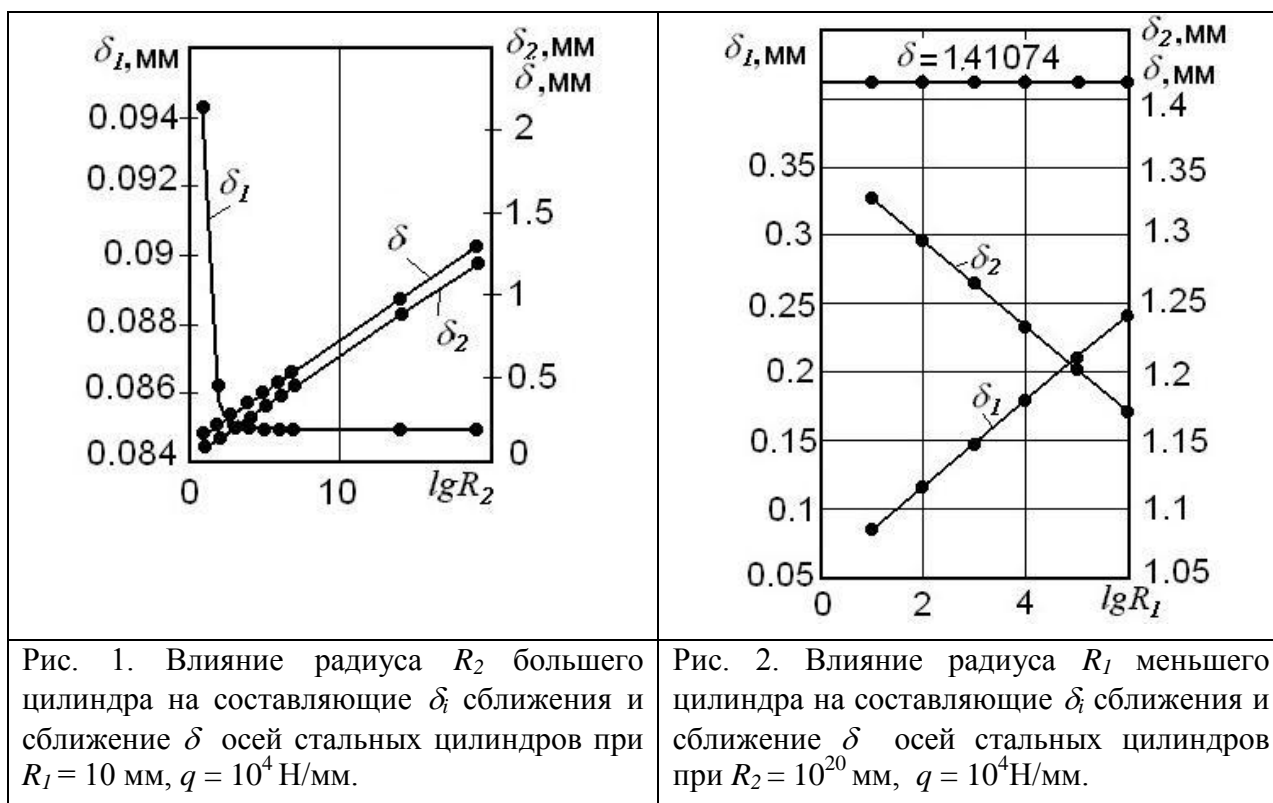
контактирующих тел ($i = 1, 2$); b – полуширина полоски контакта; B_{2n} – числа Бернулли.

Достоинства формулы (2) заключаются в возможности достижения любой наперед заданной точности расчетов (при $n = 2, 3, 4, \dots, \infty$) и в ее применимости для любых размеров ширины полоски контакта, не ограниченных допущениями модели Герца. С точностью до величины порядка малости $\gamma_i = q\eta_i b^2 / R_i^2$ решение (2) совпадает с решением работы [29], а в рамках обоснованности допущения модели Герца о малости

ширины полоски контакта количественно оно дает близкие с решением [30] результаты. Формула (2) показывает зависимость величины δ от R_i (а не от приведенного радиуса кривизны цилиндров ρ), от q и η_i . Высокая точность формулы (2) подтверждена расчетами методом конечных элементов [24], она хорошо соответствует результатам экспериментов [23].

Результаты расчетов и экспериментов [23] показали, что увеличение радиуса R ($R = R_1 = R_2$) приводит к росту сближения δ , а проявление слабой зависимости δ от R_i может быть следствием существенного неравенства радиусов $R_2 \gg R_1$.

Для уточнения механизма упругого сближения цилиндров выполнен [22] анализ (с точностью до величин порядка малости $\gamma_i = q\eta_i b^4 / R_i^4$, что вполне достаточно для достоверного решения поставленной задачи) с разделением оценки влияния радиусов R_1 и R_2 на две составляющие δ_1 и δ_2 ($\delta_1 + \delta_2 = \delta$), показывающие отдельно (а не суммарную величину δ) деформацию половины каждого из сжимаемых цилиндров.



Параметр b , являющийся (при неизменных свойствах материала цилиндров) функцией обоих радиусов R_i и нагрузки q , определяет сложное их влияние на каждую составляющую δ_i . На графиках рис. 1 и рис. 2 (с логарифмическими шкалами осей абсцисс) представлены некоторые из результатов расчетов [22] при $q = \text{const}$ для стальных ($\mu_i = 0,3$; $E_i = 2,15 \cdot 10^5$ МПа) цилиндров с $R_1 \neq R_2$, которые раскрывают механизм сближения упругих тел. Увеличение деформации отдельно взятого цилиндра δ_1 (рис. 2) или δ_2 (рис. 1) происходит с увеличением радиуса именно этого цилиндра, R_1 или R_2 , соответственно. При увеличении радиуса большего цилиндра R_2 (рис. 1) сближение $\delta = \delta_1 + \delta_2$ возрастает, что хорошо согласуется с опытами [23]. По мере увеличения радиуса R_1 меньшего из цилиндров (рис. 2) влияние радиуса другого цилиндра на величину сближения снижается, а зависимость сближения от удельной нагрузки приближается к линейной. Заметим, что и в этом случае радиусы цилиндров существенно влияют на изменение значений δ_1 и δ_2 , но функция $\delta_1 = \delta_1(R_1)$ является возрастающей (при $q = \text{const}$; $\eta_i = \text{const}$), тогда как функция $\delta_2 = \delta_2(R_1)$ – убывающая (рис. 2). Когда $R_2 \rightarrow \infty$ и цилиндр

фактически контактирует с полупространством (например, при $R_2 = 10^{20}$), радиус R_1 практически не влияет на величину $\delta = \delta_1 + \delta_2 = 1,41074$ (рис. 2), что соответствует результатам опытов [28].

Механизм проявления эффекта убывания функции деформации большего цилиндра при увеличении радиуса меньшего цилиндра можно объяснить ростом деформации первого цилиндра δ_1 с увеличением его радиуса R_1 и снижением деформации второго цилиндра δ_2 из-за увеличения ширины полосы контакта и уменьшения глубины внедрения в его тело первого цилиндра, фактически играющего (при $R_1 \ll R_2$) роль индентора. Выявленный эффект механизма контактного сближения параллельных цилиндров проявляется в разных по характеру изменениях деформаций сжимаемых цилиндров при изменении радиуса одного из цилиндров и в примерном равенстве (рис. 2) этих изменений (при $\eta_1 = \eta_2$) в предельных случаях ($R_2 \rightarrow \infty$), что соответствует опытам [28]. Легко показать, что проявление этого эффекта в самом общем случае зависит и от выбранных сочетаний свойств материалов ($\mu_i; E_i$) контактирующих тел.

Установлено, что каждое из двух распространенных положений (о существенном влиянии радиусов цилиндров на величину сближения их осей и об отсутствии такого влияния) носит частный характер и справедливо лишь в определенных диапазонах изменения радиусов R_i и выбранных сочетаний свойств материалов контактирующих тел; поэтому ни одно из них не является универсальным. В то же время опытами [28] подтверждается выявленный нами эффект – хотя сомнение [21] в их достоверности и не имело оснований, результаты опытов [28] не могут являться доказательством универсальности вывода о независимости сближения δ от радиусов R_i .

Выявление эффектов кривизны в контактом сближении упругих параллельных цилиндров позволило дать физическое объяснение противоречивости известных теоретических и экспериментальных результатов [21, 23, 26...30] в части оценки взаимосвязей основных факторов сближения упругих параллельных цилиндров и уточнить влияние кривизны контактирующих тел на их жесткостные и динамические показатели.

Условия контактного взаимодействия зубьев эвольвентной передачи нами рассмотрены в [2, 18]. Для выявления и наглядной иллюстрации факта несоответствия расчетов по модели Герца экспериментальным результатам из разных вариантов нами принята [16] степенная зависимость:

$$F_p = c \rho^k; \quad (3)$$

где показатель степени k определен как параметр, характеризующий уровень этого несоответствия. В общем случае, как показали исследования, параметр k зависит от многих факторов и может принимать разные значения.

Исходя из точечной концепции расчета (без использования поправочного коэффициента $K_{H\beta}$) и учитывая зависимость $F_t = F \cos \beta \cos \alpha_{tw}$, запишем:

$$F_{tp} = c_1 \rho^k l \cos \alpha_{tw} \text{ или } \frac{F_{tp}}{F_{tpo}} = \left(\frac{\rho}{\rho_o} \right)^k \frac{l \cos \alpha_{tw}}{l_o \cos \alpha_{two}}, \quad l = \frac{b_w \varepsilon_\alpha}{\cos \beta_b} \text{ при } \varepsilon_\beta \geq 1; \quad l = b_w \text{ при } \varepsilon_\beta = 0;$$

$$\beta_b = \arcsin(\sin \beta \cos \alpha); \quad \beta_{bo} = \arcsin(\sin \beta \cos \alpha_o).$$

Здесь и далее: ε_α – коэффициент торцового перекрытия; α_{tw} – угол зацепления; c_1 – константа, F_t – окружная сила в зацеплении зубьев; ρ – приведенный радиус кривизны торцовых профилей зубьев; α – угол исходного контура зубьев; u – передаточное число передачи; индексы o и p относят параметр передачи к минимальному значению угла зацепления (для индекса o) и к допускаемому (по условию прочности) значению этого параметра (p). Так как из теоремы Эйлера-Савари в точке полюса имеем:

$$\rho = a_w \frac{\sin \alpha_{tw} u}{(u+1)^2}; \quad \rho_o = a_w \frac{\sin \alpha_{two} u}{(u+1)^2}; \quad u = \frac{z_2}{z_1};$$

то запишем:
$$\frac{F_{ip}}{F_{ipo}} = \varphi_{ip} \varphi_{if} \varphi_{ih} \varphi_{il} \varphi_{id} \varphi_{is}; \quad \varphi_{ip} = \left(\frac{\sin \alpha_{tw}}{\sin \alpha_{two}} \right)^k; \quad \varphi_{if} = \frac{\cos \alpha_{tw}}{\cos \alpha_{two}}; \quad \varphi_{il} = \frac{\varepsilon_\alpha \cos \beta_{bo}}{\varepsilon_{ao} \cos \beta_b}$$

при $\varepsilon_\beta \geq 1; \varphi_{il} = 1$, при $\varepsilon_\beta = 0$;

где: $\varphi_{ih}, \varphi_{id}, \varphi_{is}$ – показатели влияния трибологических, динамических и жесткостных факторов, соответственно; a_w – межосевое расстояние зубчатой передачи; z_1 и z_2 – числа зубьев меньшего и большего зубчатого колес, соответственно.

Условия заметного влияния угла α_{tw} на изменение трибологических факторов (при работе зубчатых колес в масляной среде) можно разделить (для доплусной фазы зацепления) точкой (или областью) перехода от режима граничного трения к контактно-гидродинамическому режиму, приближенно оценивая (в рамках выполнения анализа наиболее типичных опытов [3, 4, 7]) этот переход через уровень предельной суммарной скорости качения контакта зубьев: $V_{\Sigma \text{lim}} \approx 15$ м/с.

Тогда, согласно [2], выразим эффект от комплексного (с учетом фрикционных сил и гидродинамических явлений) влияния трибологических факторов через φ_{ih} , принимая для

$$V_\Sigma \geq V_{\Sigma \text{lim}}: \frac{\sigma_{Hp}}{\sigma_{Hpo}} = \left(\frac{V_\Sigma}{V_{\Sigma o}} \right)^{0.21} = \left(\frac{\sin \alpha_{tw}}{\sin \alpha_{two}} \right)^{0.21}, \quad \text{а для } V_\Sigma < V_{\Sigma \text{lim}}: \varphi_{ih} = \frac{1 - ftg\alpha_{tw}}{1 - ftg\alpha_{two}}, \quad \text{где } f -$$

коэффициент трения в зоне полюса зацепления.

Но физический смысл влияния угла зацепления на контактную выносливость зубьев не ограничен зависимостью условий зацепления от трибологических факторов. Помимо них и силовых факторов он охватывает роль торцового перекрытия и динамических факторов, а также – эффектов кривизны контакта [1, 17, 18].

Влияние собственно негерцевских взаимосвязей в цилиндрической эвольвентной передаче можно выразить как:

$$k = \frac{\lg \left(\frac{F_{ip}}{F_{ipo}} \cdot \frac{1}{\varphi_{il} \varphi_{if} \varphi_{id} \varphi_{is}} \right)}{\lg \left(\frac{\sin \alpha_{tw}}{\sin \alpha_{two}} \right)}; \quad \varphi_{ih} = \left(\frac{\sin \alpha_{tw}}{\sin \alpha_{two}} \right)^{0.42}, \quad V_\Sigma \geq V_{\Sigma \text{lim}}; \quad \varphi_{ih} = \frac{1 - ftg\alpha_{tw}}{1 - ftg\alpha_{two}}, \quad V_\Sigma < V_{\Sigma \text{lim}}.$$

Результаты оценки (через коэффициент φ_{ih}) максимально возможного положительного (при $V_\Sigma \geq V_{\Sigma \text{lim}}$) влияния комплекса трибологических факторов на рост контактной прочности зубьев с увеличением угла зацепления эвольвентной передачи сведены в таблицу 1 (для $\alpha_{two} = 20^\circ$).

Таблица 1.

Величины коэффициента φ_{ih} при различных значениях угла зацепления α_{tw} эвольвентной цилиндрической передачи (при $V_\Sigma \geq V_{\Sigma \text{lim}}, \alpha_{two} = 20^\circ$).

α_{tw}	5°	20°	25°	30°
φ_{ih}	0,56	1,00	1,09	1,17

Из таблицы 1 видно, что роль угла зацепления, определяемая гидродинамическими факторами, не велика; к тому же и это его влияние чаще всего компенсируется изменением коэффициента торцового перекрытия зубьев и поэтому суммарный эффект оказывается ничтожным. Объяснение противоречивости экспериментальных и расчетных результатов [3, 4, 7] влиянием неучитываемых теорией Герца трибологических факторов не устраняет принципиальные их несоответствия для смазываемого контакта.

Таблица 2.

Оценка влияния угла зацепления на коэффициент увеличения несущей способности эвольвентной цилиндрической передачи φ_{ih} по контактной прочности зубьев.

Параметры зацепления и расчетные величины		Группы опытов	
		№ 1 [7]	№ 2 [4]
$\alpha_{tw} / \alpha_{tw}^o$		30,9° / 22,6°	27°11' / 14°30'
α / α^o		28° / 20°	20° / 14°30'
$\varepsilon_\alpha / \varepsilon_\alpha^o$		1,20 / 1,40	1,115 / 1,844
$\varphi_v = V_\Sigma / V_\Sigma^o$		1,336	1,845
$\varphi_\beta = \beta_\beta / \beta_\beta^o$		0,936	-
$\varphi_{оп} = (\sin \alpha_{tw} / \sin \alpha_{tw}^o)^{0,21}$		1,063	1,14
$\varphi_{тН}$ / лучшее значение α_{tw}	расчет на основе линейной взаимосвязи $F_p = c\rho$	≈1 / нет влияния α_{tw}	≈1 / нет влияния α_{tw}
	расчет с учетом сил трения в зацеплении [12, 13]	< 1,0 / 22,6°	< 1,0 / 14°30'
	расчет с учетом гидродинамических факторов [7, 8...11]	1,19 / 30,9°	1,31 / 27°11'
	расчет на базе эффектов кривизны контакта [1, 2, 17, 18]	2,1 / 30,9°	≈1 / нет влияния α_{tw}
	экспериментальный результат	≈ 2 / 30,9°	≈ 1,0 / нет влияния α_{tw}

Особо подчеркнем, что уже давно сложились статистически подтвержденные тенденции увеличения угла исходного контура зубьев $\alpha \geq 25^\circ$ эвольвентных передач. Например, читаем [8]: «Как показывает статистика применимости высоконапряженных цилиндрических зубчатых колес, абсолютное большинство типоразмеров сопряженных пар имеет угол зацепления $\alpha > 20^\circ$. Углы $\alpha > 20^\circ$ получают либо путем корригирования зубчатых колес исходного контура по ГОСТу 3058-54, либо путем использования как некорригированных, так и корригированных зубчатых колес модифицированных исходных контуров с профильными углами $\alpha_0 > 20^\circ$ У современных высоконагруженных зубчатых передач ответственного назначения углы зацепления достигают 30° ». Наиболее эффективное применение усовершенствованного эвольвентного зацепления сдерживалось отсутствием физического и теоретического объяснений (позже данных нами) [16...18] влияния увеличения угла зацепления на рост контактной прочности эвольвентных передач.

Отсутствие прямого учета влияния жесткости зубьев и динамических факторов, в совокупности, занижает расчетный (по табл. 2) суммарный эффект от увеличения параметра ρ для опытов с $F_{тр} = F_{про}$ и не меняет его заметно для опытов $F_{тр} \gg F_{про}$. Трибологические факторы в опытах [3, 4] также снижают этот эффект, поскольку из них (при $V_\Sigma < V_{\Sigma lim}$) на него влияет только рост сил трения в контакте [2]. Все это занижает влияние эффекта роста ρ в хорошоприрабатываемых эвольвентных передачах, что видно по величине параметра $k < 1$ в наших расчетах по опытам [3, 4]. Однако эти результаты не имеют отношения, собственно, к использованию модели Герца в расчетах зубчатых передач, а относятся, исключительно, к роли факторов, требующих своего исключения при определении параметра k . Занижение расчетных значений параметра k идет в запас уровня достоверности выявленных эффектов.

Влияние кривизны зубьев на изменение силовых факторов в зацеплении приводит к некоторому снижению контактной выносливости зубьев с увеличением их угла зацепления α_{tw} . Роль гидродинамических факторов имеет другой знак и существенно больше по модулю, но и она не велика. Из табл. 3 видно, что эффекты влияния негерцевских взаимосвязей и гидродинамики при увеличении угла зацепления от α_{two} до α_{tw} оказываются (для опытов [7]) существенно (почти на порядок) разными:

(105-107)% – влияние эффектов кривизны контакта;

(13-14)% – влияние гидродинамических факторов.

Определением значений коэффициента k дано физическое объяснение противоречивости экспериментальных данных по контактной выносливости зубьев эвольвентных цилиндрических косозубых передач. Оно лежит в нелинейности взаимосвязи F_p и ρ (при $\sigma_{H\rho} = \text{const}$), вытекающей из механизма реального контактного взаимодействия по схеме начально-точечного касания.

Таблица 3.

Определение значений параметра k по наиболее типичным опытным данным [4, 8, 20].

Показатели	Косозубые передачи $\beta \neq 0$		Прямозубые передачи $\beta = 0$	
	опыты [3]	опыты [7]	опыты [4]	опыты [7]
$(\varphi_{i\rho} - 1) \cdot 100\%$	31,2%	104,8%	4,2%	106,9%
$(\varphi_{iF} - 1) \cdot 100\%$	0,312%	1,048%	0,0420%	1,069%
$(\varphi_{iI} - 1) \cdot 100\%$	$\varepsilon_{\beta} \geq 1$	0,31512%	1,05848%	-
	$\varepsilon_{\beta} = 0$	-	-	0
$(\varphi_{iH} - 1) \cdot 100\%$	$V_{\Sigma} < 15 \text{ м/с}$	0,3182712%	-	0%
	$V_{\Sigma} \geq 15 \text{ м/с}$	-	12,9%	-
Параметр k	0,91	2,47	0,6	2,3

Исходя из физического смысла схемы контакта типа НЛК, к реализации которой весьма близки эксперименты [3, 4], можно полагать, что значения параметра k для этих экспериментов не должны быть ниже $k = 1$. Однако результаты табл. 3 получены без учета негативного влияния роста α_{rw} на комплекс жесткостных и динамических факторов – условно было принято $\varphi_{iD} = 1$ и $\varphi_{iS} = 1$ (тогда как, скорее всего, фактически их произведение $\varphi_{iD}\varphi_{iS} < 1$), что приводит к занижению расчетных значений k для всех опытов [3, 4] и [7]. Это позволяет сделать вывод о том, что фактические значения параметра k в опытах [7] могут быть выше: $k > 2,47$ (для косозубых передач) и $k > 2,3$ для прямозубых передач.

В то же время, из табл. 3 видно, что определяющими в росте несущей способности прямозубых и косозубых передач [7] являются именно эффекты кривизны контакта $\varphi_{i\rho}$, тогда как гидродинамические факторы ($\varphi_{iH} \approx 13\text{--}14\%$) могут иметь соизмеримое по модулю (и даже меньшее) положительное влияние, чем отрицательное влияние других дополнительных факторов (например, $\varphi_{iF} + \varphi_{iI} \approx -22\%$ для косозубой передачи [7]), проявление которых сопутствует изменению гидродинамических факторов. Это означает, что при исключении эффектов кривизны контакта, то есть при соблюдении герцевских взаимосвязей, эксперименты [7] не показали бы рост несущей способности испытуемых передач с увеличением угла зацепления. Таким образом, влияние гидродинамических факторов не определяет ни само явление роста несущей способности эвольвентной передачи при увеличении угла зацепления, ни принципы выбора его рационального значения.

Отметим, что полученные в табл. 3 значения k отражают уровень деформативности конструкции, влияние трибологических факторов на изменение допускаемых контактных напряжений и на прирабатываемость, прочие условия прирабатываемости зубьев и ряд иных факторов, определяющих особенности реального контакта упругих тел при условии прочности $\sigma_{H\text{max}} = \sigma_{H\rho}$. Вместе с тем величина $\sigma_{H\text{max}}$ и сопутствующее ее снижению уменьшение продольной локализации контакта во многом определяют местное и общее напряженное состояние контактирующих тел и температуру фрикционного контакта. Вот почему эти значения k , в свою очередь, косвенно характеризуют эффекты роста

показателей несущей способности контакта по глубинной прочности, по теплостойкости, по износостойкости, по задиристости и по изгибной выносливости зубьев.

Анализ [1, 2, 15...18] показал, что основной причиной противоречивости теории и практики зубчатых передач является недостоверная оценка роли кривизны зубьев в контактных явлениях.

Одной из причин (и единственным геометрическим фактором статического контакта зубьев), влияющей на роль угла зацепления, является именно приведенный радиус кривизны ρ [16, 31, 32]. Это единственный геометрический фактор, который определяет эффективность выбора путей совершенствования конструктивных параметров передачи и системы зацепления, а также сами физические основы на базе эффектов кривизны контакта. Нами обосновано критериальное условие проявления эффектов кривизны контакта в зубчатых передачах [2]. Эффекты кривизны контакта отсутствуют при идеально равномерном распределении нагрузки вдоль линии контакта зубьев. По мере ухудшения условий прирабатываемости зубьев повышается и проявление эффектов кривизны контакта. Это обусловлено изменением формы площадки контакта зубьев, которая, по мере ухудшения условий прирабатываемости зубьев больше отличается от герцевской полоски равной ширины. А эти условия соответствуют наиболее значимой области – области тяжело нагруженных зубчатых передач.

Приведем некоторые результаты расчетов максимальных контактных напряжений σ_c при сжатии упругих стальных цилиндров с приведенным радиусом кривизны $\rho = \varphi_\rho \rho_o$ и перекосом осей γ [31] для случая силы сжатия $F = F_o$ (табл. 4) и для условия $F = \varphi_\rho F_o$ (табл. 5), соответствующего полюсу зацепления цилиндрической зубчатой передачи.

Таблица 4.

Параметры контакта стальных ($\mu_{1,2} = 0,3$; $E_{1,2} = 2,15 \cdot 10^5$ МПа) непараллельных круговых цилиндров ($\rho_o = 10$ мм, $\gamma = 0,01$ рад, $l = a^o$) при неизменной сжимающей силе $F = 934$ Н

φ_ρ	a , мм	b , мм	σ_c , МПа	$\varphi_\rho^{1/2} \sigma_c^o$, МПа	$K_{H\beta r}$	$k < 1$
1	2,28	0,25	1754	1754	1,50	
1,4	2,17	0,31	1519	1798	1,58	0,855
4	1,72	0,58	1009	2018	1,99	0,798
6	1,35	0,802	930	2278	2,53	0,708

Расчеты [31] показали, что в условиях неизменной силы сжатия $F = \text{const}$ (табл.4) увеличение ρ приводит к росту реального коэффициента концентрации нагрузки $K_{H\beta r}$ и к меньшему (чем по решению плоской контактной задачи Герца) снижению (что видно по росту величины $\varphi_\rho^{1/2} \sigma_c^o$) максимальных контактных напряжений, а в результате – к снижению параметра $k < 1$. Этот случай интересен, но для зубчатых передач он не имеет практического значения, поскольку увеличению значения ρ в полюсе зацепления (при неизменных внешней нагрузке и габарите передачи) сопутствует рост силы сжатия $F \approx \varphi_\rho F_o$. К тому же и при $k < 1$ наблюдаются снижение σ_c и улучшение формы (рост отношения b/a) площадки контакта.

Таблица 5.

Параметры контакта стальных ($\mu_{1,2} = 0,3$; $E_{1,2} = 2,15 \cdot 10^5$ МПа) цилиндров ($\rho_o = 10$ мм; $l = 5$ мм; $\gamma = 0,005$ рад) при $F = \varphi_\rho F_o$, $F_o = 487$ Н (герцевские напряжения $\sigma_{H\max} = \text{const}$)

φ_ρ	a , мм	b , мм	σ_c , МПа	$K_{H\beta r}$	K
1	2,5414	0,17252	1200,5	3,3399	

1,2	2,4908	0,19089	1106,9	3,4078	1,89046
1,4	2,4466	0,20804	1034,0	3,4694	1,88746
2,0	2,3387	0,25433	884,89	3,6295	1,88013
3,0	2,2038	0,32088	744,29	3,8517	1,87030
4,0	2,0973	0,37981	660,74	4,0472	1,86148
5,0	2,0061	0,43419	604,27	4,2313	1,85306
6,0	1,9238	0,48569	563,29	4,4122	1,84464
7,0	1,8468	0,53544	532,27	4,5963	1,83595
8,0	1,7721	0,58434	508,27	4,7899	1,82665
9,0	1,6974	0,63329	489,64	5,0009	1,81632
10,0	1,6193	0,68345	475,58	5,2419	1,80428

Более характерными (в общем случае и для зубчатых передач, в частности) являются варианты увеличения нагрузки при $\varphi_p > 1$: $F \geq \varphi_p F_o$. Случаю неизменной внешней нагрузки эвольвентной зубчатой передачи примерно соответствует таблица 5. Максимальные контактные напряжения σ_c снижаются (при $\sigma_{Hmax} = \text{const}$), а форма площадки контакта (благодаря росту отношения b/a) улучшается. Характер взаимосвязи F_p и ρ по данным табл. 5 соответствует степенной зависимости: $F_p \approx c\rho^{1,85}$.

Явления, подтвержденные расчетами [31], обусловлены эффектами кривизны контакта. В частности, показано, что увеличение значения ρ (при росте $K_{H\beta r}$, как по табл.5, или при его снижении) дает снижение напряжений σ_c (при герцевских напряжениях $\sigma_{Hmax} = \text{const}$). Переход к расчетам по эффективным напряжениям и учет изгибно-сдвиговых (компенсационных) явлений приводят к оценке дополнительного снижения эффективных напряжений, себестоимости конструкции, ее чувствительности к погрешности контакта, роста нагрузочной способности и долговечности.

Приведенный анализ является дополнительным обоснованием выводов о наличии резервов кардинального роста несущей способности эвольвентной зубчатой передачи (в том числе – в полюсе зацепления) и об ошибочности традиционных физических основ, в том числе – зацепления Новикова.

Физические основы зацепления Новикова придают альтернативный характер передачам ДЛЗ, но в действительности их применение, наоборот, привело к торможению прогресса в теории и практике зубчатых передач: «История создания, развития и промышленной реализации зацепления Новикова наиболее ярко иллюстрирует уровень несовершенства традиционных подходов к контактным и гидродинамическим расчетам зубчатых передач.» [1].

Наглядными показателями торможения развития зубчатых передач его базированием на традиционных физических основах являются, в частности, следующие факты: применение прогрессивных эвольвентных передач (с увеличенными углами зацепления), исключительно, на базе эмпирического подхода (например, по результатам [7, 19]); сохранение [20] тупикового (в рамках передач типа ДЛЗ) пути развития зацепления Новикова с низкими показателями конкурентоспособности; выбор заниженного угла зацепления эвольвентных передач стендовыми испытаниями (как, например, для главного редуктора ВР-28 [17, 32] вертолета МИ-28) без полной имитации жесткостных условий редуктора; широкое использование стандартного ($\alpha = 20^\circ$) исходного контура зубьев эвольвентной передачи; наличие невыявленных резервов кардинального улучшения показателей зубчатых передач даже в передовых отраслях машиностроения (как, например, для главного редуктора ВР-28 [17, 32] вертолета МИ-28).

Пути совершенствования [33] силовых зубчатых зацеплений на базе эффектов кривизны контакта построены на нелинейных (негерцевских) взаимосвязях основных факторов ($F_p = c\rho^k$) контактной задачи и сводятся к следующим выводам:

– о существенной зависимости контактной прочности зубьев в полюсе зацепления от

- формы профилей зубьев и от системы зацепления;
- о возможности кардинального снижения контактных напряжений и контактных температур в различных фазах зацепления, в т. ч. – в полюсной точке;
 - о наибольшей возможности снижения контактных напряжений и контактных температур в фазе плоского внеполюсного зацепления (с начально-линейным касанием зубьев) без введения ограничений как по осевому, так и по торцовому перекрытию зубьев, вплоть до реализации внеполюсного зацепления с коэффициентом суммарного перекрытия $\varepsilon_\gamma=0$.

Впервые физические основы развития зубчатых зацеплений базируются на эффектах механизма твердого деформируемого тела, выявленных исследованиями механизма снижения контактных напряжений в упругих телах с близким к начально-линейному касанием. Эффекты применимы в различных узлах и деталях и показывают многообразие рациональных путей развития зубчатых передач [33].

ВЫВОДЫ:

1. Показано, что физическую основу выбора эффективных направлений совершенствования зубчатых передач дает объяснение фактов противоречивости теории и практики. Критерием достоверности (или ошибочности) физических основ совершенствования зубчатых передач является отсутствие (или наличие) фактов принципиальной противоречивости теории и практики зубчатых передач. Появление фактов противоречивости теории и практики зубчатых передач должно становиться поводом для глубокого анализа принятых физических основ совершенствования зубчатых зацеплений.
2. Причиной ошибочности традиционных физических основ совершенствования зубчатых передач является существенно заниженная оценка влияния приведенного радиуса кривизны ρ на показатели деформативности и несущей способности контакта упругих тел с близким к начально-линейному касанием, что принципиально искажает стратегию развития зубчатых передач и приводит к торможению прогресса машиностроения.
3. Обосновано представление о низкой достоверности традиционных физических основ:
 - «гидродинамические» физические основы не имеют практического смысла поскольку влияние гидродинамических факторов не определяет ни само явление роста несущей способности эвольвентной передачи при увеличении угла зацепления, ни принципы выбора его рационального значения;
 - сфера рационального применения традиционных передач Новикова типа ДЛЗ ограничена низкоскоростными и малодеформативными цилиндрическими передачами с широковенцовыми, непрямозубыми и неупрочненными колесами;
 - «фрикционные» физические основы [10, 18] рационально могут быть применимы для малонагруженных (открытых) передач;
 - физические основы Е. Бакингема и Ю.Н. Будыки рационально могут быть применимы для тихоходных узковенцовых передач.
4. Традиционные физические основы развития зубчатых передач диктуют (по-разному) однообразность развития силовых зубчатых зацеплений. Предельным случаем сочетания противоречивости и альтернативности физических основ развития зубчатых передач являются физические основы создания зацепления Новикова.
5. Широкое применение в расчетной практике классического решения плоской контактной задачи Герца ограничивает точность расчетов и сдерживает реализацию значительных резервов прочности деталей различных машин и механизмов. Выявление эффектов кривизны контакта делает весьма актуальным уточнение (по схеме начально-точечного касания) методов контактного расчета упругих тел с номинально начально-линейным (или близким к нему) касанием. Эффекты кривизны

контакта отражают значительно большее (относительно традиционных представлений теории и практики контактных расчетов, а также в сравнении с классическим решением плоской контактной задачи Герца) влияние приведенного радиуса кривизны r взаимодействующих тел на допускаемую силу сжатия F_p по различным показателям их функциональных свойств – контактной и глубинной прочности, задиростойкости и т.д.

6. Существенно нелинейные взаимосвязи F_p и r для тел, моделируемых упругими круговыми цилиндрами (например, типа $F_p = c\rho^k$, $k > 1$ при $\sigma_{Hp} = \text{const}$), соответствуют уровню передовых отраслей техники и современным тенденциям развития мирового машиностроения.
7. Показано, что рост несущей способности эвольвентных зубчатых передач с увеличением угла зацепления обусловлен, исключительно, эффектами кривизны контакта, а уровень их проявления и выбор рациональных параметров зацепления зависят от комплекса факторов, определяющих условия прирабатываемости и форму площадки контакта зубьев.
8. Предложены и развиваются физические основы совершенствования зубчатых передач, которые впервые базируются на эффектах механизма снижения контактных напряжений в упругих телах с близким к начально-линейному касанием (эффектах кривизны контакта). Для перехода от экстенсивного пути совершенствования зубчатых передач к интенсивному развитию необходимо привести их физические основы в полное соответствие с мировой практикой. Перспективность физических основ развития зубчатых передач (эвольвентного зацепления, систем смешанного и дискретного зацепления) на базе эффектов кривизны контакта определена тем обстоятельством, что эффекты кривизны контакта не противоречат практике зубчатых передач.
9. Выявлено, что значительные резервы повышения (вплоть до превышающего двукратное) нагрузочной способности сохраняют эвольвентные и другие системы с торцовым перекрытием и с фазами начально-линейного касания зубьев, например, различные системы сверхаддитивного смешанного зацепления, в том числе – включающие фазы точечного зацепления Новикова зацепления [14].
10. Выявление эффектов кривизны контакта (и, в частности, эффекта роста угла зацепления эвольвентной передачи) создает возможности для инновационного прорыва в теории зубчатых передач и для интенсивного развития редукторостроения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Журавлев Г.А. Ошибочность физических основ зацепления Новикова как причина ограниченности его применения // Редукторы и приводы. Санкт-Петербург. – 2006. – №1. – С. 38-45.
2. Журавлев Г.А. Условия трибосопряжения зубьев и пути совершенствования зубчатых зацеплений // Трение и износ. Минск. – Т 20. – № 2. – 1999. – С. 175-188.
3. Браиловский Л.В. О контактной выносливости косозубых передач с разными исходными контурами // Вестник машиностроения. – 1965. – № 10. – С.23-26. 94.
4. Борович Л.С. Исследование влияния геометрии зацепления на нагрузочную способность зубчатых и червячных передач. // Труды ЦНИИТМАШ, М.: ЦНИИТМАШ, 1962. – № 28. – С. 5-101.
5. Бакингам Е. Цилиндрические зубчатые колеса. ОНТИ НКТП СССР, М. – 1935. – С.378.
6. Будыка Ю.Н. Теория зацепления и сравнительная износоустойчивость плоских зацеплений общего вида. Труды семинара по ТММ, Т.10, вып.39, М., 1951. С.56-74.
7. Niemann G., Richter H. Steigerung der Zahnflanker-Tragfähigkeit durch Evolventen-Sonderverzahnungen //Konstruktion.1960. №6. Bd12. S.239-241.

8. Вулгаков Э.Б. Высоконапряженные зубчатые передачи. М. – Изд. «Машиностроение». – 1974. – 269с.
9. Вулгаков Э.Б. Зубчатые передачи модифицированного исходного реечного контура. М. – Изд. «Машиностроение». – 1969. – 103с.
10. Редукторы судовых турбозубчатых агрегатов. (О.А. Пыж, Л.М. Гаркави, Ю.А. Державец, Р.Р. Гальпер), Ленинград, «Судостроение». – 1975. – 272 с.
11. Редукторы энергетических машин. Справочник/ Б.А. Балашов, Р.Р. Гальпер, Л.М. Гаркави, Ю.А. Державец и др.), Ленинград, «Машиностроение». – 1985. – 232С.
12. Трубин Г.К. Контактная усталость материалов для зубчатых колес. М. – Изд. «Машиностроение». – 1962.
13. Сухоруков Ю.Н. Модификация эвольвентных цилиндрических зубчатых колес. Справочник// Киев, «ТЭХНИКА». – 1992 – 197 С.
14. Новиков М.Л. Зубчатые передачи с новым зацеплением. М. ВВИА им. Н.Е.Жуковского. –1958. – 186 С.
15. Журавлев Г.А. Физическое объяснение противоречивости оценок контактного сближения упругих параллельных круговых цилиндров// Материалы Международной конференции «XVIII сессия Международной школы по моделям механики сплошной среды»/ Под ред. акад. Н.Ф. Морозова. – Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2007. – С. 127-129.
16. Zhuravlev G.A. The Mixed Gearing Engagement Systems// Proceedings of Ninth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms. Vol 1, Italy, Milano, 1995, p.p. 433-437.
17. Журавлев Г.А. Эффекты кривизны упругих тел с близким к начально–линейному касанием// Труды III Всероссийской конференции по теории упругости с международным участием, г.Ростов-на-Дону-Азов, 13-16 октября 2003. Изд. «Новая книга», г.Ростов-на-Дону. – 2004. – С. 163-165.
18. Журавлев Г.А. К выявлению негерцевских взаимосвязей основных факторов контакта тел, моделируемых упругими круговыми цилиндрами// Труды X Международной конференции «Современные проблемы механики сплошной среды». 5-9 декабря 2006. Изд. ООО «ЦВВР». Ростов-на-Дону. – 2006. – Т 2. – С.152-156.
19. Зубарев Н.И. Игдалов М.П. Оптимизация качественных параметров зацепления зубчатой передачи // Тракторы и сельхозмашины. – 1989. – № 2. – С. 41-42.
20. Беляев В.А, Веретенников В.Я. и др. Совершенствование зубчатых передач Новикова остается одним из важнейших направлений развития редукторостроения// Вестник машиностроения – 2007. – № 5. – С. 28-35.
21. Журавлев Г.А., Карпенко В.А. Сближение упругих тел, моделируемых круговыми цилиндрами// Техника машиностроения. – 2000. – № 6 (28). – С. 51-55.
22. Журавлев Г.А. О роли кривизны в контактом сближении упругих тел с начальным касанием по прямой линии// Visnik of the East Ukrainian national University. Изд СНУ, Украина, г. Луганск. – № 5 (39). – 2001. – С. 19-22.
23. Журавлев Г. А. Взаимосвязи основных факторов сближения осей упругих параллельных круговых цилиндров// Доклады V Российской конференции с международным участием «Смешанные задачи механики деформируемого тела». 23-25 августа 2005. Саратов. Изд. Саратов. Университета. – 2005. – С. 148-151.
24. Журавлев Г.А., Тварилидзе О.В., Гребенюк А.А. К определению сближения осей упругих параллельных круговых цилиндров конечной длины при их сжатии// Труды VIII Международной конференции «Современные проблемы механики сплошной среды», г. Ростов-на-Дону. – Т 2. – 2003. – С.77-80.
25. Колосова Е.М., Короткин В.И., Чебаков М.И. К вопросу о контактных напряжениях и нагрузочной способности эвольвентных зубчатых передач// Известия Вузов. Северо-Кавказский регион. Технические науки. – 2008. – № 3. – С. 107-110.

26. Прочность, устойчивость, колебания. – Справочник/ Под ред. И.А. Биргера и Я.Г. Пановко. - М.: Машиностроение. – 1968. – Т.2. – 464с.
27. Айрапетов Э.Л. Контактная деформация цилиндров с параллельными осями// Вестник машиностроения. – 1988. –№6. – С.6-10.
28. Хопрех (Hoerich M.R.), Цантопулос (Zantopulos H.) Контактные деформации вдоль прямой линии: цилиндр между двумя плоскими плитами //Труды ASME. Проблемы трения. М.: Мир. – 1981. –Т.103. –№ 1. – С. 23-27.
29. Loo T.T. Effect of Curvature on the Hertz Theory for Two Cylinders in Contact. – J. Appl. Mech. 1958, 25. – p. 122-124.
30. Ковальский Б.С. Расчет деталей на местное сжатие. – Харьков, Изд. ХВКИУ. – 1967. – 222С.
31. Журавлев Г.А. Оценка применимости решения Герца в задачах о контакте зубьев колес// Техника машиностроения. – №2. – 2001. – С.82-90.
32. Журавлев Г.А. К обсуждению физических основ совершенствования зубчатых передач// Редукторы и приводы. С.-Петербург. – 2007. – № 1, 2 (08). – С. 74-85. (полный текст – сайт <http://www.reduktorntc.ru>)
33. Zhuravlev G. Gear drive (Patent Application PCT/RU2005/000367. July 05, 2005) //Publication WO/2007/008096, F16H 55/08 (2006.01) – 18.01.2007.